



**Univerzitet Crne Gore  
Prirodno-matematički fakultet**

Džordža Vašingtona b.b.  
1000 Podgorica, Crna Gora

tel: +382 (0)20 245 204  
fax: +382 (0)20 245 204  
[www.pmf.ac.me](http://www.pmf.ac.me)

Broj: 735  
Datum: 01.04.2022 god!

UNIVERZITET CRNE GORE  
SENATU  
CENTAR ZA DOKTORSKE STUDIJE

U prilogu akta dostavljam Odluku sa LXXIX sjednice Vijeća Prirodno-matematičkog fakulteta održane 29.03.2022. godine.

Dekan,  
Prof. dr Predrag Miranović



**Univerzitet Crne Gore  
Prirodno-matematički fakultet**

Džordža Vašingtona b.b.  
1000 Podgorica, Crna Gora

tel: +382 (0)20 245 204  
fax: +382 (0)20 245 204  
[www.pmf.ac.me](http://www.pmf.ac.me)

Broj: 722

Datum: 31-03-2022.god

Na osnovu člana 64 stav 2 tačka 8 Statuta, a u vezi sa članom 43 I 44 Pravila doktorskih studija Univerziteta Crne Gore, Vijeće Prirodno-matematičkog fakulteta na LXXIX sjednici održanoj dana 29.03.2022. godine, donijelo je

**ODLUKU**

I

**Prihvata se** Izvještaj komisije za ocjenu doktorske disertacije pod nazivom "*Topološke karakteristike popločavanja generalisanim polinomima*" kandidata Edina Liđana.

II

**Predlažemo** Senatu Univerziteta Crne Gore **da prihvati** disertaciju "*Topološke karakteristike popločavanja generalisanim polinomima*" kandidata Edina Liđana i imenuje komisiju za odbranu doktorske disertacije u sastavu:

1. Prof. dr Svjetlana Terzić, redovni profesor na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta Crne Gore (naučna oblast: Algebarska topologija);
2. Prof. dr Rade Živaljević, naučni saradnik Matematičkog instituta SANU, Beograd, Srbija (naučna oblast: Algebarska topologija)
3. Prof. dr Žana Kovijanić Vukićević, redovni profesor na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta Crne Gore (naučna oblast: Diskretna matematika);
4. Prof. dr Vladimir Božović, redovni profesor na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta Crne Gore (naučna oblast : Algebra) i
5. Dr Đorđe Baralić, viši naučni saradnik Matematičkog instituta SANU, Beograd, Srbija. (naučna oblast: Algebarska topologija, Kombinatorika, Projektivna računarska geometrija, Teorija mnogostrukosti, Diskretna matematika), mentor

III

Predlog se dostavlja Centru za doktorske studije i Senatu Univerziteta Crne Gore na dalju proceduru.

  
DEKAN  
Prof. dr Predrag Miranović

Broj: 2511  
Podgorica, 01.04. 2022. god.

## OCJENA DOKTORSKE DISERTACIJE

OPŠTI PODACI O DOKTORANDU	
Titula, ime i prezime	Mr Edin Lidan
Fakultet	Prirodno-matematički fakultet u Podgorici
Studijski program	Matematika
Broj indeksa	1/15
MENTOR/MENTORI	
Prvi mentor	Dr Đorđe Baralić Matematički institut SANU, Beograd, Srbija
Drugi mentor	
KOMISIJA ZA OCJENU DOKTORSKE DISERTACIJE	
Prof. Dr Svjetlana Terzić	Prirodno-matematički fakultet, Podgorica, Crna Gora
Prof. Dr Rade Živaljević	Matematički institut SANU, Beograd, Srbija
Prof. Dr Žana Kovijanić Vukićević	Prirodno-matematički fakultet, Podgorica, Crna Gora
Prof. Dr Vladimir Božović	Prirodno-matematički fakultet, Podgorica, Crna Gora
Dr Đorđe Baralić	Matematički institut SANU, Beograd, Srbija
Datum značajni za ocjenu doktorske disertacije	
Doktorska disertacija i Izvještaj Komisije dostavljen Biblioteci UCG	25. 2. 2022. g.
Javnost informisana (dnevne novine) da su Doktorska disertacija i Izvještaj Komisije dati na uvid	26. 2. 2022. g.
Sjednica Senata na kojoj je izvršeno imenovanje Komisije za ocjenu doktorske disertacije	25. 1. 2022. g.
Uvid javnosti	
U predviđenom roku za uvid javnosti bilo je primjedbi?	
OCJENA DOKTORSKE DISERTACIJE	
<p><b>1. Pregled disertacije</b> (bibliografski podaci o disertaciji i sažetak disertacije)</p> <p>Kandidat Mr Edin Lidan je u 2015. upisao doktorske studije iz matematike na kojima je najprije položio sve ispite koji su bili predviđeni Planom doktorskih studija koji su usvojeni na PMF-u Podgorica. 2018. je uspješno odbranio polazna istraživanja, poslije čega mu je odobrena izrada doktorske disertacije na temu „Topološke karakteristike popločavanja generalisanim poliomina“.</p> <p>U doktorskoj disertaciji koja spada u oblast topološke kombinatorike razmatrani su klasični problemi popločavanja poliomino oblicima u ravni i na površima. Radi se o široko proćavanim problemima u matematici kojima su se bavili i neki od najznačajnijih matematičara druge polovine 20. vijeka kao što su Conway, Lagarias, Stanley i dr. U prvom dijelu teze kao uvod u problematiku koja je razmatrana prikazani su modeli površi koji nastaju ljepljenjem stranica poligona u ravni, sa posebnim osvrtom na translacijske i</p>	

kvadratno pokrivena površi koje su intenzivno proučavane u integrabilnim dinamičkim sistemima i diferencijalnoj geometriji. U drugom dijelu teze, pokazano je da se i u modelima kvadratne mreže može asociirati homološka grupa popločavanja za zadati skup poliomino oblika. Pokazano je da je netrivialnost određenog elementa asociiranog sa regionom koji popločavamo predstavlja opstrukciju za postojanje popločavanja, ali da ovaj uslov nije dovoljan. Prikazana je klasa zanimljivih i netrivialnih rezultata u kojima popločavanje ne postoji.

U trećem poglavlju teze posmatranom problemu pridruženi su simplicijalni kompleksi i izučavane su njihove topološke i kombinatorne osobine. Izučavani su  $f$  vektori, svojstva kao što su biti čist, Cohen-Macaulay, povezan i balansiran kompleks, a pokazano je da su ti kompleksi uvijek flag kompleksi. U slučajevima domina i trimina izvedeni su i kriterijumi kada kompleksi asociirani tabli i torusu dimenzija  $m$  puta  $n$  zadovoljavaju ova svojstva. Korištenjem programa SAGE računata je simplicijalna homologija ovih kompleksa.

U četvrtom poglavlju disertacije proučavana su homotopska svojstva tako nastalih simplicijalnih kompleksa i pokazano je da su oni za dovoljno velike regione uvijek prosto povezani. Također, pokazano je da su u nekim specijalnim klasama poliomina, ovi kompleksi homotopski ekvivalentni buketu sfera. Ovi rezultati generališu rezultate koje je dobio Kozlov za simplicijalne komplekse uparivanja staze i cikla.

## 2. Vrednovanje disertacije

### 2.1. Problem

Problem koji se razmatra u ovoj doktorskoj disertaciji je problem popločavanja regiona sa konačnim skupom poliomino oblika, gdje region može biti konačan dio ravni ili topološka površ (kompaktna ili sa granicom). Problem popločavanja površi i na najjednostavnijim primjerima se pokazuje kao vrlo ozbiljan i zahtjevan za rješavanje, jer kao takav predstavlja spoj algebre, kombinatorike i topologije. Problem popločavanja je najčešće proučavan u ravni. U ovoj doktorskoj tezi se svojstva i kombinatorika popločavanja iz ravni prenoše na probleme proučavanja na topološkim površima.

U okviru problema popločavanja površi prvi segment proučavanja je sam njen nastanak iz identifikacije poligonalnih strana. U ovoj doktorskoj tezi se poručavaju kompaktne topološke površi i površi koje imaju granicu. Problemom nastanka površi iz poligonalnih dijelova su se bavili i mnogi drugi matematičari, a koje i sam autor citira u okviru doktorske disertacije. Posebno interesantno je razmatrati dati problem na translacijskim površima.

Problemom poliomino popločavanja u ravni su se bavili mnogi matematičari. Među njima se posebno izdvajaju Conway i Lagarias koji u svom radu Tiling with Polyominoes and Combinatorial Group Theory uvode novu tehniku koja koristi granične invarijante za formulaciju potrebnih uvjeta za postojanje popločavanja. Njihovu ideju je iskoristio Reid u svom radu Tile homotopy groups i dao novu strategiju za pristup problemu poliomino popločavanja radeći sa konačnim grupama homotopija. Reidov metod popločavanja u grupi homotopija je najuspješniji u uspostavljanju potrebnih kriterija za postojanje popločavanja. Glavna opservacija koju autor ove disertacije daje u 2. glavi je da se Reidov metod istraživanja problema popločavanja u grupi homologija može primijeniti za istraživanje topoloških popločavanja.

Posebno značajan problem kojim se autor bavi u okviru ove doktorske teze je uvođenje

novih kompleksa, koje naziva simplicijalni kompleksi popločavanja, koji su asocirani postavljanjem poliomino oblika na kvadratnu mrežu konačnog regiona u ravni ili na kvadratnu mrežu na nekoj toploškoj površi. U okviru proučavanja simplicijalnih kompleksa popločavanja se razmatra veza između njihovih osobina i samog poliomino popločavanja zadanog regiona. Tako se posebno razmatraju proučavanje problema popločavanja zadanog regiona u kontekstu sljedećih svojstva simplicijalnih kompleksa popločavanja:

- flag svojstvo simplicijalnih kompleksa popločavanja;
- $f$ -vektor simplicijalnih kompleksa popločavanja;
- spoj simplicijalnih kompleksa popločavanja
- primjena Alexanderove dualnosti na simplicijalne komplekse popločavanja (uz posebnu primjenu kroz Sage 9.0 softver);
- čisti simplicijalni kompleksi popločavanja;
- balansirani simplicijalni kompleksi popločavanja;
- homologija simplicijalnih kompleksa popločavanja (uz posebnu primjenu kroz Sage 9.0 softver) i
- Cohen-Macaulay svojstvo simplicijalnih kompleksa popločavanja;

Data svojstva opisuju simplicijalni kompleks popločavanja, pa kao takva predstavljaju posebno interesantne probleme za proučavanje. Data je veza između datih osobina i samog popločavanja zadanog regiona.

Pored gore navedenih problema, u ovoj doktorskoj disertaciji se proučava problem homotopije i povezanosti simplicijalnih kompleksa asociranih postavljanjem poliomino oblika na zadani region. U kontekstu prethodno navedenih problema razmatran je i određen homotopski tip simplicijalnih kompleksa popločavanja koje je originalno razmatrao Kozlov u kontekstu kompleksa nezavisnosti grafa. Ova disertacija nudi generalizaciju rezultata koje je dao Kozlov za komplekse uparivanja staze i cikla.

## 2.2. Ciljevi i hipoteze disertacije

Ciljevi i hipoteze u ovoj doktorskoj disertaciji su:

- analizirati način nastanka površi iz identifikacija poligonalnih strana;
- uspostaviti vezu između poliomino popločavanja u ravni sa poliomino popločavanjima na površima;
- dati generalizaciju rezultata vezanih za homološke grupe popločavanja poliomino oblicima u ravni u slučaju kada je neka topološka površ sa dozvoljenim singularitetima i granicom podijeljena na „ćelije“ na način da se može postaviti pitanje egzistencije popločavanja oblicima čiji je karakter kao i kod poliomino oblika;
- hipoteza je da netrivialnost homoloških grupa predstavlja opstrukciju za postojanje popločavanja i u ovom slučaju i u generalizacijama na više dimenzije;
- uvesti simplicijalne komplekse asocirane postavljanjima poliomino oblika na zadane kvadratne mreže na konačnom regionu ili topološkoj površi;
- istražiti svojstva simplicijalnih kompleksa popločavanja i dati njihovu vezu sa poliomino popločavanjima;
- hipoteza je da svi simplicijalni kompleksi popločavanja posjeduju flag svojstvo;
- odrediti  $f$ -vektore za određene klase simplicijalnih kompleksa popločavanja;
- proučiti operaciju spoj simplicijalnih kompleksa popločavanja i dati vezu ove operacije sa određenim  $f$ -vektorom proučavanog simplicijalnog kompleksa popločavanja;

- istražiti mogućnost primjene Alexanderove dualnosti na simplicijalne komplekse popločavanja;
- izučiti svojstvo čisti simplicijalni kompleksi popločavanja;
- analizirati svojstvo balansirani simplicijalni kompleksa popločavanja;
- odrediti homologiju simplicijalnih kompleksa popločavanja uz primjenu Sage 9.0 softvera;
- istražiti Cohen-Macaulay svojstvo simplicijalnih kompleksa popločavanja;
- analizirati homotopiju simplicijalnih kompleksa popločavanja;
- istražiti mogućnost proučavanja povezanosti simplicijalnih kompleksa popločavanja;
- odrediti homotopski tip za neku klasu simplicijalnih kompleksa popločavanja;
- hipoteza je da simplicijalni kompleksi popločavanja imaju homotopski tip buketa sfera.

2.3. Bitne metode koje su primijenjene u disertaciji i njihovu primjerenost. Ako je primijenjena nova ili dopunjena metoda, opišite šta je novo

U ovoj doktorskoj disertaciji na proučavanje problema popločavanja površi je primjenjen metod homološke grupe koju je uveo Reid za popločavanje regiona u ravni. Primjetna je upotreba induktivnog načina zaključivanja. Kroz provedene dokaze unutar doktorske disertacije vidno je da su korištene metode: matematičke indukcije, analize i sinteze, metoda apstrakcije, metoda generalizacije i specijalizacije. Napomenimo, da je korišten Sage 9.0 softver za izračunavanje proučavanih svojstava koja su prezentovana u ovoj disertaciji.

2.4. Rezultati disertacije i njihovo tumačenje

Doktorska disertacija je bogata velikim brojem primjera i ilustracija. U prvoj glavi doktorske disertacije daje se pregled osnovnih osobina topoloških površi i po uzoru na do sada poznate rezultate daju se dokazi navedenih tvrdnji o poligonalnim svojstvima i nastanku površi iz poligona identifikacija njihovih strana.

Druga glava doktorske disertacije nudi dokaze novih tvrdnji o (ne)postojanju poliomino popločavanja za cijele klase tako proučavanih problema. U razmatranju poliomino popločavanja kvadratne mreže na torusu dimenzije  $(4m+2)$  puta  $(4n+2)$  dati su dokazi da takva popločavanja nisu moguća sa I i L tetraminima (Teorema 2.3.1 i Teorema 2.3.2). Zatim se proučavaju i razmatraju orijentabilne i neorijentabilne topološke površi većeg roda. Istraživanjem neorijentabilnih topoloških površi većeg roda daju se dokazi za nepostojanje popločavanja na kvadratnoj mreži dimenzije  $4k$  puta  $4k$  za:

-površni roda 6 sa granicom, koja se popločava sa I i Z tetrominima (Teorema 2.3.4),

-površni roda 4 sa granicom, koja se popločava sa L-tetrominima (Teorema 2.3.5)

i

-površni roda 3 sa granicom, koja se popločava sa T-tetrominima (Teorema 2.3.6).

Pored navedenih rezultata daje se generalniji prikaz u proučavanju ovog problema na orijentabilnoj površi roda  $2k-1$  sa granicom koja nastaje identifikacijom strana  $(8k-4)$ -ugaonika koji sadrži kvadrata od  $(4k-3)d$  strana, gdje je  $d$  pozitivan cijeli broj. Za datu površ je dokazano da se ista ne može popločati sa 1 puta  $(4k-3)$  poliomino oblikom (Teorema 2.3.7).

U trećoj glavi doktorske disertacije uvodi se pojam simplicijalnog kompleksa popločavanja i proučavaju svojstva takvih kompleksa. Istraživanjem simplicijalnih kompleksa popločavanja dati su sljedeći rezultati:

- uspostavljena je veza između postavlja poliomino oblika i maksimalne dimenzije simplicijalnog kompleksa popločavanja (Propozicija 3.2.1),
- dokazano je da simplicijalni kompleksi popločavanja imaju svojstvo flag kompleksa (Propozicija 3.2.2)
- opisan i je i detaljno obrazložen  $f$  vektor simplicijalnog kompleksa popločavanja;
- određeni su  $f$  vektori za simplicijalne komplekse popločavanja na kvadratnoj mreži zadane dimenzije na tabli u ravni i na torusu (Teorema 3.3.2, Teorema 3.3.3, Propozicija 3.3.1, Propozicija 3.3.2),
- dokazano je postojanje veze između proučavanih kompleksa i  $f$  vektora u okviru operacije spoj simplicijalnih kompleksa (Propozicija 3.3.3, Teorema 3.3.4 i Teorema 3.3.5),
- istraženo je svojstvo Alexanderove dualnosti u primjeni na simplicijalne komplekse popločavanja kroz Sage 9.0 softver.

Pored navedenih svojstava još su proučavane osobine:

- Čisti simplicijalni kompleks,

Data je veza između osobine biti čist i poliomino popločavanja zadanog regiona (Propozicija 3.5.1). Za ovo svojstvo dat je niz ilustrativnih primjera koji dokazuju da razmatrani simplicijalni kompleksi posjeduju ovo svojstvo, a za cijele klase su dokazane tvrdnje da neki simplicijalni kompleksi posjeduju odnosno neposjeduju svojstvo biti čist (Propozicija 3.5.2, Propozicija 3.5.3, Propozicija 3.5.4, Propozicija 3.5.5, Propozicija 3.5.6, Propozicija 3.5.7, Propozicija 3.5.8, Propozicija 3.5.9). Iz navedenih dokaza izvedene su Posljedica 3.5.1 i Posljedica 3.5.2.

- Balansirani simplicijalni kompleksi

U okviru proučavanja ovog svojstva data je veza između biti balansiran i poliomino popločavanja (Propozicija 3.6.1). Zatim su u proučavanju svojstva biti balansiran razmatrani simplicijalni kompleksi koji su asocirani postavljanjem poliomino oblika na kvadratnu mrežu u ravni i na torusu te je dat odgovor na pitanje koji kompleksi posjeduju, odnosno koji ne posjeduju ovo svojstvo (Lema 3.6.1, Teorema 3.6.1, Teorema 3.6.2);

- Homologija kompleksa popločavanja.

Data je veza između homologije i poliomino popločavanja (Stav 3.7.1) i određene su homologije simplicijalnih kompleksa popločavanja za konkretne komplekse upotrebom Sage 9.0 softvera. Dobijeni rezultati su prikazani u: Tabela 3.4, Tabela 3.5, Tabela 3.6, Tabela 3.7, Tabela 3.8, Tabela 3.9, Tabela 3.10, Tabela 3.11, Tabela 3.12, Tabela 3.13 i Tabela 3.14.

- Cohen-Macualay svojstvo simplicijalnih kompleksa popločavanja

Za proučavane komplekse popločavanja dokazano je koji kompleksi posjeduju, a koji ne posjeduju navedeno svojstvo (Teorema 3.8.3, Teorema 3.8.4, Teorema 3.8.5, Teorema 3.8.6, Teorema 3.8.7, Teorema 3.8.8, Teorema 3.8.9, Teorema 3.8.10, Teorema 3.8.11 i Teorema 3.8.12);

Pored gore navedenih rezultata posebno se proučavanju problemi homotopije i povezanosti simplicijalnih kompleksa popločavanja te se dobijeni rezultati predstavljaju u četvrtoj glavi doktorske disertacije. Uspostavljena je veza između fundamentalne grupe i definisanih kompleksa popločavanja (Teorema 4.1.1, Teorema 4.1.2, Teorema 4.1.3, Teorema 4.1.4 i Propozicija 4.1.4), te je proučeno svojstvo povezanosti ovako definisanih

kompleksa (Propozicija 4.2.1, Posljedica 4.2.1). U trećem odjeljku ove glave doktorske teze dati su prvi rezultati u proučavanju homotopskog tipa ovako definisanih kompleksa (Propozicija 4.3.1, Teorema 4.3.2, Posljedica 4.3.1).

Prethodno navedeni rezultati daju odgovore za čitave klase proučavanih problema u ravni i na topološkoj površi (sa ili bez granice) da li je popločavanje moguće ili nije. Ovi rezultati su otvorili novi pravac u istraživanju u teorijskom smislu. Uvođenjem simplicijalnog kompleksa popločavanja data je mogućnost povezivanja i istraživanja svojstava simplicijalnih kompleksa sa polimino popločavanjima. Navedeni rezultati pored značaja u topološkoj kombinatorici i matematici otvaraju mogućnost u proučavanju hemijskih spojeva – polimera, fizikalnih procesa u filtriranju, modelovanju socijalnih mreža i analizi podataka.

### 2.5. Zaključci (usaglašenost sa rezultatima i logično izvedeno tumačenje)

Dati zaključci unutar ove doktorske disertacije dati su logičnim i jasnim slijedom. Data tvrđenja su dokazana primjenom matematičkih metoda i alata, a proizilaze iz jasno obrazloženih i potkrijepljenih činjenica. Izloženi rezultati su dali potvrde postavljenih hipoteza u obrazloženju teme ove doktorske disertacije.

## 3. Konačna ocjena disertacije

### 3.1. Usaglašenost sa obrazloženjem teme

Doktorska disertacija je u potpunosti usaglašena sa obrazloženjem teme.

### 3.2. Mogućnost ponovljivosti

Ponovljivost rezultata dobijenih u ovoj doktorskoj disertaciji je izvodljiva, uz poštivanje datog metodološkog pristupa i postavljenih uslova.

### 3.3. Buduća istraživanja

Iz gore navedenih rezultata proizišli su novi problemi i nove hipoteze koje se i postavljaju u ovoj doktorskoj tezi kao mogućnost nastavka ovog istraživanja.

### 3.4. Ograničenja disertacije i njihov uticaj na vrijednost disertacije

Osnovna ograničenja u ovoj doktorskoj disertaciji se ogledaju u vidu računara u Sage 9.0 softveru koji za veće komplekse ne može dati željene rezultate. Komplexnost površi koja se proučava predstavlja ograničenje u smislu njene prezentacije i interpretacije. Međutim, datim pristupom u ovoj doktorskoj tezi su dati novi pristupi koji su u metodološkom pristupu omogućili i pojedina otklanjanja ograničenja, ali ujedno i otvorila nove pravce za istraživanja.

### **Orginalni naučni doprinos**

Disertacija donosi kao novinu ideju da se problemima popločavanja asociraju simplicijalni kompleksi i da se proučavaju njihove topološke i algebarske osobine. Kombinatorika ovih kompleksa je povezana sa samim problemom popločavanja klasičnim invarijantama kao što je  $f$  vektor. Pokazano je da su ovi kompleksi prirodna klasa simplicijalnih kompleksa koja u širem smislu generalise simplicijalne komplekse asocirane sa grafom kao što su simplicijalni kompleksi



smislu generalise simplicijalne komplekse asociirane sa grafom kao što su simplicijalni kompleksi uparivanja koji su intenzivno izučavani poslednje dvije decenije. Ovom disertacijom je otvoren jedan novi pravac istraživanja u teorijskom smislu, ali i postignuti rezultati koji otvaraju mogućnosti za primjene u modernim oblastima kao što su modelovanje socijalnih mreža i analiza podataka.

U disertaciji je uspešno primjenjen metod homološke grupe popločavanja koju je uveo Reid za slučaj popločavanja u ravni na probleme popločavanja na topološkim površima. Ovi rezultati koji su donekle bili očekivani su od interesa za računarsku geometriju i primjene, a također otvaraju druga pitanja topološko-kombinatorne prirode koje vrijedi izučavati u narednom periodu.

**Mišljenje i prijedlog komisije**

Komisija jednoglasno smatra da je doktorska disertacija „Topološke karakteristike popločavanja generalisanih poliominima“ kandidata Edina Lišana predstavlja originalan naučni doprinos i da ispunjava sve zakonom propisane norme koja doktorska disertacija treba da ispunjava. Komisija posebno pohvaljuje kvalitet ostvarenih rezultata i ukupan doprinos teze u povezivanju algebarske topologije, algebre i kombinatorike kao nezavisnih matematičkih disciplina. Zajednički prijedlog članova Komisije za ocjenu doktorske disertacije je da Nastavno-naučno vijeće PMF-a u Podgorici, Odbor za doktorske studije i Senat usvoje Izveštaj i odobre Odbranu ove doktorske disertacije.

**Izdvojeno mišljenje**

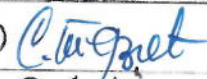
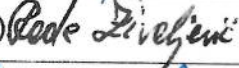

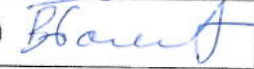

(popuniti ukoliko neki član komisije ima izdvojeno mišljenje)

Ime i prezime \_\_\_\_\_

**Napomena**

(popuniti po potrebi)

**KOMISIJA ZA OCJENU DOKTORSKE DISERTACIJE**

Prof. Dr Svjetlana Terzić, Prirodno-matematički fakultet, Podgorica, Crna Gora	(Potpis) 
Prof. Dr Rade Živaljević, Matematički institut SANU, Beograd, Srbija	(Potpis) 
Prof. Dr Žana Kovijanić Vukićević, Prirodno-matematički fakultet, Podgorica, Crna Gora	(Potpis) 
Prof. Dr Vladimir Božović, Prirodno-matematički fakultet, Podgorica, Crna Gora	(Potpis) 
Dr Đorđe Baralić, Matematički institut SANU, Beograd, Srbija	(Potpis) 

**Datum i ovjera (pečat i potpis odgovorne osobe)**

U Podgorici  
 (navesti datum)



za DEKANA  


## VIJEĆU PRIRODNO-MATEMATIČKOG FAKULTETA I SENATU UNIVERZITETA CRNE GORE

### **PREDMET: Ocjena doktorske disertacije mr Edina Liđana**

Na sjednici Senata Univerziteta Crne Gore održanoj 25.01.2022. godine imenovana je Komisija u sastavu: prof. dr Svjetlana Terzić, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore, prof. dr Rade Živaljević, naučni saradnik Matematičkog instituta SANU, Beograd, Srbija, prof. dr Žana Kovijanić Vukićević, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore, prof. dr Vladimir Božović, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore i dr Đorđe Baralić viši naučni saradnik Matematičkog instituta SANU, Beograd, Srbija, čiji je zadatak da ocjeni i pregleda doktorsku disertaciju čiji je naslov „Topološke karakteristike popločavanja generalisanim poliominima“ kandidata mr Edina Liđana.

Komisija je pregledala tekst disertacije i Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta i Senatu Univerziteta Crne Gore podnosi sljedeći

### I Z V J E Š T A J

**Pregled disertacije:** Kandidat Mr Edin Liđan je u 2015. upisao doktorske studije iz matematike na kojima je najprije položio sve ispite koji su bili predviđeni Planom doktorskih studija koji su usvojeni na PMF-u Podgorica. 2018. je uspješno odbranio polazna istraživanja, poslije čega mu je odobrena izrada doktorske disertacije na temu „Topološke karakteristike popločavanja generalisanih poliominima“.

U doktorskoj disertaciji koja spada u oblast topološke kombinatorike razmatrani su klasični problemi popločavanja poliomino oblicima u ravni i na površima. Radi se o široko proćavanim problemima u matematici kojima su se bavili i neki od najznačajnijih matematičara druge polovine 20. vijeka kao što su Conway, Lagarias, Stanley i dr. U prvom dijelu teze kao uvod u problematiku koja je razmatrana prikazani su modeli površi koji nastaju ljepljenjem stranica poligona u ravni, sa posebnim osvrtom na translacijske i kvadratno pokrivene površi koje su intenzivno proućavane u integrabilnim dinamićkim sistemima i diferencijalnoj geometriji. U drugom dijelu teze, pokazano je da se i u modelima kvadratne mreže može asociirati homološka grupa poploćavanja za zadati skup poliomino oblika. Pokazano je da je netrivialnost odrećenog elementa asociiranog sa regionom koji poploćavamo predstavlja opstrukciju za postojanje poploćavanja, ali da ovaj uslov nije dovoljan. Prikazana je klasa zanimljivih i netrivialnih rezultata u kojima poploćavanje ne postoji.

U trećem poglavlju teze posmatranom problemu pridruženi su simplicijalni kompleksi i izućavane su njihove topološke i kombinatorne osobine. Izućavani su  $f$  vektori, svojstva kao što su biti čist, Cohen-Macaulay, povezan i balansiran kompleks, a pokazano je da su ti kompleksi uvijek flag kompleksi. U slučajevima domina i trimina izvedeni su i kriterijumi kada kompleksi asociirani tabli i torusu dimenzija  $m$  puta  $n$  zadovoljavaju ova svojstva. Korištenjem programa SAGE računata je simplicijalna homologija ovih kompleksa.

U četvrtom poglavlju disertacije proućavana su homotopska svojstva tako nastalih simplicijalnih kompleksa i pokazano je da su oni za dovoljno velike regione uvijek prosto

povezani. Također, pokazano je da su u nekim specijalnim klasama poliomina, ovi kompleksi homotopski ekvivalentni buketu sfera. Ovi rezultati generališu rezultate koje je dobio Kozlov za simplicijalne komplekse uparivanja staze i cikla.

**Vrednovanje disertacije:** Doktorska disertacija je bogata velikim brojem primjera i ilustracija. U prvoj glavi doktorske disertacije daje se pregled osnovnih osobina topoloških površi i po uzoru na do sada poznate rezultate daju se dokazi navedenih tvrdnji o poligonalnim svojstvima i nastanku površi iz poligona identifikacija njihovih strana.

Druga glava doktorske disertacije nudi dokaze novih tvrdnji o (ne)postojanju poliomino popločavanja za cijele klase tako proučavanih problema. U razmatranju poliomino popločavanja kvadratne mreže na torisu dimenzije  $(4m+2)$  puta  $(4n+2)$  dati su dokazi da takva popločavanja nisu moguća sa I i L tetraminima (Teorema 2.3.1 i Teorema 2.3.2). Zatim se proučavaju i razmatraju orjentabilne i neorjentabilne topološke površi većeg roda. Istraživanjem neorjentabilnih topoloških površi većeg roda daju se dokazi za nepostojanje popločavanja na kvadratnoj mreži dimenzije  $4k$  puta  $4k$  za:

- površni roda 6 sa granicom, koja se popločava sa I i Z tetrominima (Teorema 2.3.4),
- površni roda 4 sa granicom, koja se popločava sa L-tetrominima (Teorema 2.3.5) i
- površni roda 3 sa granicom, koja se popločava sa T-tetrominima (Teorema 2.3.6).

Pored navedenih rezultata daje se generalniji prikaz u proučavanju ovog problema na orjentabilnoj površi roda  $2k-1$  sa granicom koja nastaje identifikacijom strana  $(8k-4)$ -ugaonika koji sadrži  $2k^2-2k+1$  kvadrata od  $(4k-3)d$  strana, gdje je  $d$  pozitivan cijeli broj. Za datu površ je dokazano da se ista ne može popločati sa 1 puta  $(4k-3)$  poliomino oblikom (Teorema 2.3.7).

U trećoj glavi doktorske disertacije uvodi se pojam simplicijalnog kompleksa popločavanja i proučavaju svojstva takvih kompleksa. Istraživanjem simplicijalnih kompleksa popločavanja dati su sljedeći rezultati:

-uspostavljena je veza između postavlja poliomino oblika i maksimalne dimenzije simplicijalnog kompleksa popločavanja (Propozicija 3.2.1),

-dokazano je da simplicijalni kompleksi popločavanja imaju svojstvo flag kompleksa (Propozicija 3.2.2)

-opisan i je i detaljno obrazložen  $f$  vektor simplicijalnog kompleksa popločavanja;

-određeni su  $f$  vektori za simplicijalne komplekse popločavanja na kvadratnoj mreži zadane dimenzije na tabli u ravni i na torusu (Teorema 3.3.2, Teorema 3.3.3, Propozicija 3.3.1, Propozicija 3.3.2),

-dokazano je postojanje veze između proučavanih kompleksa i  $f$  vektora u okviru operacije spoj simplicijalnih kompleksa (Propozicija 3.3.3, Teorema 3.3.4 i Teorema 3.3.5),

-istraženo je svojstvo Alexanderove dualnosti u primjeni na simplicijalne komplekse popločavanja kroz Sage 9.0 softver.

Pored navedenih svojstava još su proučavane osobine:

-Čisti simplicijalni kompleks,

Data je veza između osobine biti čist i poliomino popločavanja zadanog regiona (Propozicija 3.5.1). Za ovo svojstvo dat je niz ilustrativnih primjera koji dokazuju da razmatrani simplicijalni kompleksi posjeduju ovo svojstvo, a za cijele klase su dokazane tvrdnje da neki simplicijalni komplekski posjeduju odnosno neposjeduju svojstvo biti čist (Propozicija 3.5.2, Propozicija 3.5.3, Propozicija 3.5.4, Propozicija 3.5.5, Propozicija 3.5.6,

Propozicija 3.5.7, Propozicija 3.5.8, Propozicija 3.5.9). Iz navedenih dokaza izvedene su Posljedica 3.5.1 i Posljedica 3.5.2.

-Balansirani simplicijalni kompleksi

U okviru proučavanja ovog svojstva data je veza između biti balansiran i poliomino popločavanja (Propozicija 3.6.1). Zatim su u proučavanju svojstva biti balansiran razmatani simplicijalni kompleksi koji su asocirani postavljanjem poliomino oblika na kvadratnu mrežu u ravni i na torusu te je dat odgovor na pitanje koji kompleksi posjeduju, odnosno koji ne posjeduju ovo svojstvo (Lema 3.6.1, Teorema 3.6.1, Teorema 3.6.2);

-Homologija kompleksa popločavanja

Data je veza između homologije i poliomino popločavanja (Stav 3.7.1) i određene su homologije simplicijalnih kompleksa popločavanja za konkretne komplekse upotrebom Sage 9.0 softvera. Dobijeni rezultati su prikazani u: Tabela 3.4, Tabela 3.5, Tabela 3.6, Tabela 3.7, Tabela 3.8, Tabela 3.9, Tabela 3.10, Tabela 3.11, Tabela 3.12, Tabela 3.13 i Tabela 3.14.

-Cohen-Macaulay svojstvo simplicijalnih kompleksa popločavanja

Za proučavane komplekse popločavanja dokazano je koji kompleksi posjeduju, a koji ne posjeduju navedeno svojstvo (Teorema 3.8.3, Teorema 3.8.4, Teorema 3.8.5, Teorema 3.8.6, Teorema 3.8.7, Teorema 3.8.8, Teorema 3.8.9, Teorema 3.8.10, Teorema 3.8.11 i Teorema 3.8.12);

Pored gore navedenih rezultata posebno se proučavanju problemi homotopije i povezanosti simplicijalnih kompleksa popločavanja te se dobijeni rezultati predstavljaju u četvrtoj glavi doktorske disertacije. Uspostavljena je veza između fundamentalne grupe i definisanih kompleksa popločavanja (Teorema 4.1.1, Teorema 4.1.2, Teorema 4.1.3, Teorema 4.1.4 i Propozicija 4.1.4), te je proučeno svojstvo povezanosti ovako definisanih kompleksa (Propozicija 4.2.1, Posljedica 4.2.1). U trećem odjeljku ove glave doktorske teze dati su prvi rezultati u proučavanju homotopskog tipa ovako definisanih kompleksa (Propozicija 4.3.1, Teorema 4.3.2, Posljedica 4.3.1).

Prethodno navedeni rezultati daju odgovore za čitave klase proučavanih problema u ravni i na topološkoj površi (sa ili bez granice) da li je popločavanje moguće ili nije. Ovi rezultati su otvorili novi pravac u istraživanju u teorijskom smislu. Uvođenjem simplicijalnog kompleksa popločavanja data je mogućnost povezivanja i istraživanja svojstava simplicijalnih kompleksa sa poliomino popločavanjima. Navedeni rezultati pored značaja u topološkoj kombinatorici i matematici otvaraju mogućnost u proučavanju hemijskih spojeva – polimera, fizikalnih procesa u filtriranju, modelovanju socijalnih mreža i analizi podataka.

**Zaključak:** Disertacija donosi kao novinu ideju da se problemima popločavanja asociraju simplicijalni kompleksi i da se proučavaju njihove topološke i algebarske osobine. Kombinatorika ovih kompleksa je povezana sa samim problemom popločavanja klasičnim invarijantama kao što je  $f$  vektor. Pokazano je da su ovi kompleksi prirodna klasa simplicijalnih kompleksa koja u širem smislu generalizuje simplicijalne komplekse asocirane sa grafom kao što su simplicijalni kompleksi uparivanja koji su intenzivno izučavani poslednje dvije decenije. Ovom disertacijom je otvoren jedan novi pravac istraživanja u teorijskom smislu, ali i postignuti rezultati koji otvaraju mogućnosti za primjene u modernim oblastima kao što su modelovanje socijalnih mreža i analiza podataka.

U disertaciji je uspješno primjenjen metod homološke grupe popločavanja koju je uveo Reid za slučaj popločavanja u ravni na probleme popločavanja na topološkim površima. Ovi rezultati koji su donekle bili očekivani su od interesa za računarsku geometriju i primjene, a također otvaraju druga pitanja topološko-kombinatorne prirode koje vrijedi izučavati u narednom periodu.

Komisija jednoglasno smatra da je doktorska disertacija „Topološke karakteristike popločavanja generalisanih poliominima“ kandidata Edina Liđana predstavlja originalan naučni doprinos i da ispunjava sve zakonom propisane norme koja doktorska disertacija treba da ispunjava. Komisija posebno pohvaljuje kvalitet ostvarenih rezultata i ukupan doprinos teze u povezivanju algebarske topologije, algebre i kombinatorike kao nezavisnih matematičkih disciplina.

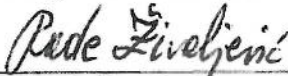
Zajednički prijedlog članova Komisije za ocjenu doktorske disertacije je da Nastavno-naučno vijeće PMF-a u Podgorici, Odbor za doktorske studije i Senat usvoje Izveštaj i odobre Odbranu ove doktorske disertacije.

Podgorica, 23. februara, 2022. godine

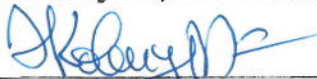
KOMISIJA:



Prof. Dr Svjetlana Terzić, redovni profesor Prirodno-matematičkog Univerziteta Crne Gore



Prof. Dr Rade Živaljević, naučni saradnik Matematičkog instituta SANU, Beograd, Srbija



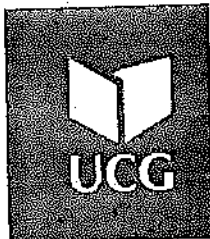
Prof. Dr Žana Kovijanić-Vukićević, redovni profesor Prirodno-matematičkog Univerziteta Crne Gore



Prof. Dr Vladimir Božović, redovni profesor Prirodno-matematičkog Univerziteta Crne Gore



Dr Đorđe Baralić, viši naučni saradnik Matematičkog instituta SANU, Beograd, Srbija



Univerzitet Crne Gore  
Centralna univerzitetska biblioteka  
adresa / address: Cetinjska br. 2  
81000 Podgorica, Crna Gora  
telefon / phone: 00382 20 414 245  
fax: 00382 20 414 259  
mail: [cub@ucg.me](mailto:cub@ucg.me)  
web: [www.ucg.ac.me](http://www.ucg.ac.me)  
Central University Library  
University of Montenegro

Broj / Ref: 01/G-16-84/1  
Datum / Date: 28.03.2022

Crna Gora  
UNIVERZITET CRNE GORE  
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
Brod  
28.07. 2022. god.  
Podgorica

**UNIVERZITET CRNE GORE**  
**PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET**

N/r dekanu

Prof. dr Predrag Miranović

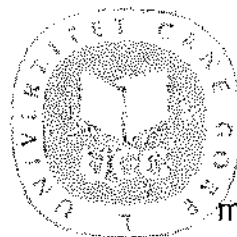
Poštovani profesore Miranoviću,

U prilogu ovog akta dostavljamo Vam doktorsku disertaciju mr **Edina Liđana** pod naslovom "**Topološke karakteristike popločavanja generalisanim poliominima**" i izvještaj o ocjeni doktorske disertacije koji su u skladu sa članom 42 stav 3 Pravila doktorskih studija dostavljeni **Centralnoj univerzitetskoj biblioteci** 25. 02. 2022. godine, na uvid i ocjenu javnosti.

Na navedeni rad nije bilo primjedbi javnosti u predviđenom roku od 30 dana.

Molimo Vas da nam nakon odbrane dostavite koriačnu verziju doktorske disertacije.

S poštovanjem,



**DIREKTOR**

*Bosiljka Cicmil*  
mr Bosiljka Cicmil

Pripremila:

Milica Barac  
Administrativna asistentkinja  
Tel: 020 414 245  
e-mail: [cub@ucg.ac.me](mailto:cub@ucg.ac.me)

**UNIVERZITET CRNE GORE  
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
OB AVJEŠTENJE**

**Doktorska disertacija mr Edin Lidan, pod naslovom „Topološke karakteristike popločavanja generisanim polinomima“ i Izvještaj o ocjeni doktorske disertacije stavljaju se na uvid javnosti.**

Izvještaj o ocjeni doktorske disertacije podnijela je Komisija u sastavu:

- 1. Dr Svjetlana Terzić**, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore  
(naučna oblast: **Algebarska topologija, Diferencijalna geometrija**)
- 2. Dr Rade Živaljević**, naučni saradnik Matematičkog instituta SANU, Beograd, Srbija (naučna oblast: **Algebarska topologija, Kombinatorika**)
- 3. Dr Žana Kovičević-Vukičević**, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore  
(naučna oblast: **Diskretna matematika, Kombinatorika**)
- 4. Dr Vladimir Božović**, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore  
(naučna oblast: **Algebra, Diskretna matematika**)

**5. Dr Đorđe Baralić**, viši naučni saradnik Matematičkog Instituta SANU, Beograd, Srbija (naučna oblast: **Algebarska topologija, Kombinatorika**)  
Pregled doktorske disertacije i izvještaja se može obaviti u roku od 30 dana od dana objavljivanja ovog obavještenja u Centralnoj univerzitet-skoj biblioteci Univerziteta Crne Gore.

Na osnovu člana 32 stav 1 tačka 14 Statuta Univerziteta Crne Gore, u vezi sa članom 41 Pravila doktorskih studija, u postupku razmatranja prijedloga Vijeća Prirodno-matematičkog fakulteta i utvrđivanja ispunjenosti uslova iz Pravila doktorskih studija za ocjenu doktorske disertacije i dalji rad na disertaciji mr Edina Liđana, na prijedlog Odbora za doktorske studije, Senat Univerziteta Crne Gore na sjednici održanoj 25.01.2022. godine, donio je sljedeću

## ODLUKU

I

Utvrđuje se da su ispunjeni uslovi iz člana 38 Pravila doktorskih studija za ocjenu doktorske teze i dalji rad na disertaciji „Topološke karakteristike popločavanja generalisanih poliominima“ kandidata mr Edina Liđana.

II

Imenuje se Komisija za ocjenu navedene doktorske disertacije, u sastavu:

1. Dr Svjetlana Terzić, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore
2. Dr Đorđe Baralić, viši naučni savjetnik Matematičkog instituta Srpske akademija nauka i umjetnosti
3. Dr Žana Kovijanić Vukićević, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore
4. Dr Vladimir Božović, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore
5. Dr Rade Živaljević, naučni savjetnik Matematičkog instituta Srpske akademija nauka i umjetnosti

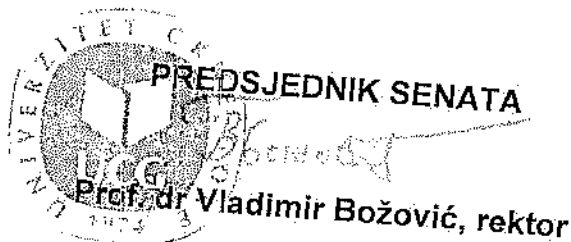
III

Zadatak Komisije je da, u roku od 45 dana od dana dostavljanja odluke podnese Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta i Senatu izvještaj o ocjeni navedene doktorske disertacije.

IV

Odluka stupa na snagu danom donošenja.

Broj: 03-129/1  
Podgorica, 25.01.2022. godine





**УНИВЕРЗИТЕТ ЦРНЕ ГОРЕ**

Ул. Цетинска бр. 2  
П. факс 99  
81000 ПОДГОРИЦА  
ЦРНА ГОРА  
Телефон: (020) 414-255  
Факс (020) 414-230  
E-mail: rektor@uc.me



**UNIVERSITY OF MONTENEGRO**

Ul. Cetinjska br. 2  
P.O. BOX 99  
81 000 PODGORICA  
MONTENEGRO  
Phone: (+382) 20 414-255  
Fax: (+382) 20 414-230  
E-mail: rektor@uc.me

УНИВЕРЗИТЕТ ЦРНЕ ГОРЕ  
Природно-математички факултет  
Број: 766  
Подгорница, 31. 03. 2010.

Број: 08-414  
Датум: 05.03.2010. г.

Ref: \_\_\_\_\_  
Date: \_\_\_\_\_

Na osnovu člana 75 stav 2 Zakona o visokom obrazovanju (Sl.list RCG br. 60/03) i člana 18 Statuta Univerziteta Crne Gore, Senat Univerziteta Crne Gore, na sjednici održanoj 25.03.2010. godine, donio je

## **ODLUKU O IZBORU U ZVANJE**

**Dr SVJETLANA TERZIĆ** bira se u akademsko zvanje **redovni profesor** Univerziteta Crne Gore za predmete: **Uvod u geometriju i Algebarska topologija** na osnovnom studijskom programu Matematika i **Uvog u diferencijalnu geometriju** na osnovnom studijskom programu Matematika i računarske nauke na **Prirodno-matematičkom fakultetu**.

**REKTOR**

*Miranović*  
**Prof.dr Predrag Miranović**

## Biografija: Sviĳetlana Terzić

**Datum i mjesto roĳdenja:** 17.09.1970, Podgorica, Crna Gora;

**Drĳavljanstvo:** Crna Gora;

**Pol:** ųenski

**Oblasti istraųivanja:** Algebarska topologija, Diferencijalna geometrija

### **Akademski obrazovanje:**

- Diplomirani matematiĳar – Univerzitet Crne Gore, 09. 1993., srednja ocjena 9,96 od ukupno 10
- Magistar matematike – Univerzitet u Beogradu, 06. 1996., srednja ocjena 10 od ukupno 10  
Magistarska teza "Karakteristiĳne klase hiperkompleksnih vektorskih raslojenja", mentor Prof. Novica Blaųiĳ
- Doktor matematike – Moskovski drųavni univerzitet "M. V. Lomonosov", 02. 1996 – 07. 1998,  
srednja ocjena 5 od ukupno 5  
Doktorska disertacija "Realne kohomologije i karakteristiĳne klase uopųtenih simetriĳnih prostora.",  
mentor Prof. Yuri P. Solovoyov, 06. 1998.
- Postdoktorska pozicija, 08. 2000- 08. 2002, Ludwig Maximilians University, Minhen, Njemaĳka

### **Akademski zvanja:**

- 1993-2000 – saradnik u nastavi, Univerzitet Crne Gore
- 2000-2005 – Docent, Univerzitet Crne Gore
- 2005-2010 – Vanredni profesor, Univerzitet Crne Gore
- 2010- Redovni profesor, Univerzitet Crne Gore
- 2011 – Vanredni ĳlan Crnogorske akademije nauka i umjetnosti
- 2018 – Redovni ĳlan Crnogorske akademije nauka i umjetnosti

### **Odabrana predavanja po pozivu:**

1. Contemporary Geometry and Related Topics, Belgrade, Serbia and Montenegro, May 2002;
2. Kolmogorov and Contemporary Mathematics, Moscow, Russia, Jun 2003;
3. Mathematical, Theoretical and Phenomenological Challenges Beyond Standard Models, Vrnjaĳka Banja, Serbia and Montenegro, September 2003;
4. Algebraic models for topological spaces and fibrations, Tbilisi, Georgia, September 2004
5. XI congress of mathematicians of Serbia and Montenegro, Petrovac, Serbia and Montenegro, September 2004, plenary talk;
6. Topology, analysis and applications to mathematical physics, Moscow, Russia, February 2005;
7. Contemporary Geometry and Related Topics, Belgrade, Serbia and Montenegro, July 2005;
8. Toric Topology, Osaka, Japan, May, 2006;
9. Differential Equations and Topology, in commemoration of the 100<sup>th</sup> anniversary of L.S. Pontryagin, Moscow, Russia, Jun 2008;
10. New horizons in toric topology, Manchester, UK, July 2008;
11. Geometry, Dynamics, Integrable systems, Belgrade, Serbia, September 2008;
12. Multidisciplinarnost i jedinstvo savremene nauke, University of East Sarajevo, Pale, May 2009;
13. Geometry, topology and algebra, dedicated to 120<sup>th</sup> anniversary of Boris Delone, Steklov Mathematical Institute, Russian Academy of Science, Moscow, Russia, August, 2010;
14. Geometry, Dynamics, Integrable Systems, Belgrade, Serbia, September, 2010;
15. Toric topology and automorphic functions, Khabarovsk, Far eastern branch of Russian academy of science, September, 2011
16. International topological conference "Alexandroff readings, Moscow state university "M. V. Lomonosov", May 2012, plenary talk
17. The second mathematical conference of the Republic of Srpska, Trebinje, Jun, 2012, plenary talk
18. Geometric structure on manifolds and their applications, Castle Rauischholzhausen, Marburg, July, 2012.

21. International conference "Algebraic topology and Abelian function" in honor of Victor Buchstaber on occasion of his 70<sup>th</sup> birthday, Moscow, June, 2013.
22. Geometry and analysis of metric structures, Sobolov institute of mathematics, Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, December, 2013.
23. Topology of torus actions and its applications to geometry, Satellite conference of ICM, Daejeon, Korea, August, 2014.
24. International conference "Torus actions in geometry, topology and applications, Skolkovo, Moscow, February, 2015.
25. The fifth mathematical conference of the Republic of Srpska, Trebinje, Jun 2015.
26. International Chinese-Russian conference "Torus actions: topology, geometry and number theory, Beijing, China, October, 2015.
27. Aspects of Homotopy Theory, Southampton, UK, December 2015.
28. XIX Geometrical Seminar, Zlatibor, Serbia, September 2016
29. Mini conference celebrating of 30 years of CGTA seminar, Belgrade, Serbia, September 2016, plenary talk
30. The Princeton-Rider Workshop on the Homotopy Theory of Polyhedral products, Princeton and Rider University, Princeton, USA, May-June, 2017.
31. Symposium on mathematics and it applications, Belgrade, Serbia, November 2017.
32. International conference "Algebraic topology, Combinatorics and Mathematical Physics" in honor of Victor Buchstaber on occasion of his 75<sup>th</sup> birthday, Moscow, May, 2018.
33. International conference "Modern algebra and Analysis and their Applications, Academy of Sciences and Arts of Bosnia and Herzegovina, Sarajevo, September, 2018.
34. Susret matematičara Srbije i Crne Gore, Budva, Oktobar, 2019.
35. Toric topology 2019 in Okayama, Okayama, Japan, Novembar, 2019.
36. Deseti simpozijum Matematika i primene, Beograd, Decembar, 2019
37. Workshop on Torus actions in Topology, Fields Institute, Toronto, Kanada, May, 2020, via zoom
38. Workshop on toric topology, geometry and related subjects, Moscow, November, 2020, via zoom

#### Predavanja na seminarima:

- September 2002., Erwin-Schroedinger institute, Vienna, Austria, talk in the framework of the program Aspects of foliation theory;
- April 2005, SANU, Belgrade, talk at the na Mathematical Colloquium SANU;
- Jun 2006, Osaka City University, Japan, talk at the Topology seminar;
- Jul 2006, University of Aberdeen, UK, talk at the Topology seminar
- January 2007, University of Oxford, UK, talk at the Topology seminar, mini course for phd topology students on the rational minimal model theory;
- February 2007, University of Manchester, UK, talk at the Topology seminar;
- November 2007, Mathematical Institute SANU, Belgrade, talk at the Geometry seminar;
- April 2009, MFO (Oberwolfach), Germany, talk at the "Workshop on homotopy theory of function spaces and related topics";
- September 2009, Faculty of Mechanics and Mathematics, MSU "M. V. Lomonosov", Moscow, Russia, talk at the seminar for Geometry, topology and mathematical physics, chaired by V. M. Buchstaber and S. P. Novikova, talk at the Chair seminar of T. Fomenko;
- Mart 2010, Laboratori J. A. Dieudonne, Universite de Nica Sophia Antipolis, France, talk at the seminar for Algebra, topology and geometry;
- Jun 2010, International School for Advanced Studies SISSA, Trieste, Italy, talk at the seminar for Geometry and Physics chaired by B. A. Dubrovin;
- December 2011, SANU, talk at the seminar Mathematical methods of mechanics.
- September 2013, University of Southampton, talk at Topology seminar
- December 2013, SANU, talk at the seminar Mathematical methods of mechanics
- October 2016, Faculty of Mechanics and Mathematics, MSU "M. V. Lomonosov", Moscow, Russia, talk at the seminar for Geometry, topology and mathematical physics, chaired by V. M. Buchstaber and S. P. Novikov
- May 2017, University of Southampton, UK; talk at Topology seminar
- December 2018, University of Southampton, UK, talk at Topology seminar

N  
o  
N

- November 2019, talk at One day topology seminar in Osaka, Osaka, Japan
- Oktobar 2020, University of Southampton, talk at Topology seminar, via zoom
- Novembar 2020, Princeton University, talk at International Polyhedral Product seminar, via zoom

**Odabrane nagrade i grantovi:**

1. Nagrada 19. decembar za najboljeg studenta u generaciji 1991.
2. Plaketa Univerziteta Crne Gore za najboljeg diplomiranog studenta generacije, 1993.
3. Nagrada Crnogorske akademije nauka i umjetnosti za naučna dostignuća, 2003.
4. Grant Evropskog udruženja matematičara za učešće na IV Evropskom kongresu matematičara, Stockholm, Švedska, 2004
5. WUS-Austria 2-nedjeljna posjeta Jelene Grbić Podgorici, Crna Gora, April, 2007.
6. Oxford Colleges hospitality scheme, 1-mjesečna posjeta Univerzitetu u Oxford-u, Januar, 2007.

7. Grant Evropskog udruženja matematičara za učešće na V Evropskom kongresu matematičara, Amsterdam, Holandija, 2008.
8. Grant of the Medjunarodne matematičke unije za učešće na Svjetskom kongresu matematičara, Hyderabad, Indija, 2010.
9. Bilateralni projekat sa Univerzitetom u Ljubljani, Slovenija, 2012-2013.
10. Glavni istraživač na projektu Ministarstva nauke Crne Gore, 2012-2015.
11. Glavni istraživač na medjunarodnom projektu instituta SISSA, Trst, 2008-2010.
12. Spoljni istraživač na projektu 174020 Ministarstva nauke Srbije, 2011-2015.
13. Istraživački grant London Mathematical Society sa Jelenom Grbić, 2-nedjeljna posjeta Univerzitetu u Southampton-u, 2013.
14. Grant za istraživanje u parovima sa Jelenom Grbić, 3-nedjeljna posjeta Matematičkom institutu Oberwolfach, 2014.
15. Grant Medjunarodne matematičke unije za učešće na Svjetskom matematičkom kongresu Rio de Janeiro, Brazil, 2018.

#### Neke naučno istraživačke posjete:

Mehaniko-matematički fakultet, Moskovski državni univerzitet, Matematički institut Steklova, Ruska akademija nauka – 1999, 2003, 2005, 2006, 2008, 2009, 2012, 2013, 2015, 2016, 2018; SISSA Trst 2010; Matematički Fakultet, Ljubljana, 2012, 2013; Matematički fakultet, Univerzitet u Southampton-u, 2013, 2015, 2017; Univerzitet u Aberdeen-u, 2006; Univerzitet u Mančester-u, 2007; Fildsov Institutu za matematiku, Toronto, Kanada, 2020.

#### Nastava i mentorstvo:

Predavala kurseve na različitim nivoima studija na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta Crne Gore: Uvod u geometriju, Uvod u diferencijanu geometriju, Algebarska topologija, Diferencijalna geometrija na mnogostrukostima, Geometrija, Napredna algebra.

Mentor za preko 20 specijalističkih radova i 4 magistraske teze, komentor doktorske disertacije na Matematičkom fakultetu, Univerzitet Nica Sophia Antipolis; član komisija za odbranu doktorskih disertacija na Univerzitetu u Beogradu, Univerzitetu u Istočnom Sarajevu, Univerzitetu u Southampton-u, Univerzitetu Crne Gore.

#### Ostalo:

- Urednik:
  1. Sarajevo Journal of Mathematics, izdaje Akademija nauka i umjetnosti Bosne i Hercegovine
  2. Matematički Vesnik, izdaje Društvo matematičara Srbije
- Recenzent za časopise : Publication de l'Institute Mathematique, Contemporary Mathematics, Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics, Annali di Matematica Pura ed Applicata, Mathematica Slovaca, Mathematische Zeitschrift, Sbornik: Mathematics, Algebraic and Geometric Topology, Homology, Homotopy and Applications, Moroccan Journal of Pure and Applied Analysis
- Prodekan za medjunarodnu saradnju na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta Crne Gore, 2004 – 2007.

### Publication list for Svjetlana Terzić

1. Svjetlana Terzić, *Real cohomology and Pontryagin characteristic classes of generalised symmetric spaces*, (Russian) Vsesojuzni Institut Nauchnoj i Tehniceskoj Informacii, VINITI, V-1034, Moscow, 1998, 1-94.
2. Svjetlana Terzić, *Generalised symmetric spaces and their topology*, (Russian) *Mathematica Montisnigri* 11 (1999), 139-150.
3. Svjetlana Terzić, *Characteristic classes of hypercomplex vector bundles*, Montenegrin Academy of Sciences and Arts, *Proceeding of the Section of Natural Sciences*, 13 (2000)
4. Svjetlana Terzić, *Cohomology with real coefficients of generalized symmetric spaces*, (Russian) *Fundamentalnaya i Prikladnaya Matematika*, Vol. 7, (2001), no. 1, 131-157.
5. Svjetlana Terzić, *Pontryagin classes of generalized symmetric spaces*, (Russian) *Matematicheskie Zametki*, Vol. 69, (2001), no.4, 613-621; English transl. in *Mathematical Notes*, Vol. 69, (2001), no. 4, 559-566.
6. D. Kotschick and S. Terzić, *On formality of generalised symmetric spaces*, *Mathematical Proceedings of Cambridge Philosophical Society*, 134 (2003), 491-505.
7. S. Terzić, *Rational homotopy groups of generalised symmetric spaces*, *Mathematische Zeitschrift*, 243 (2003), 491-523.
8. S. Terzić, *On rational topology of four manifolds*, *Proceeding of the Workshop Contemporary Geometry and Related Topics*, World Scientific 2004, 375-389.
9. Svjetlana Terzić, *Rational topology of gauge groups and of spaces of connections*, *Compositio Mathematicae*, 141 (2005), no.1, 262-270.
10. Svjetlana Terzić, *On geometric formality*, *Proceedings of the Workshop devoted to 25<sup>th</sup> anniversary of the Faculty of Natural Sciences and Mathematics, University of Montenegro*, *Contemporary mathematics, physics and biology*, (2006), 208-215.
11. Victor M. Buchstaber and Svjetlana Terzić, *Equivariant complex structures on homogeneous spaces and their cobordism classes*, *Advances in the Mathematical Sciences, Geometry, topology and mathematical physics*, *Translations* 2, 224 (2008), 27 – 57, American Mathematical Society
12. D. Kotschick and S. Terzić, *Chern numbers and the geometry of partial flag manifolds*, *Commentarii Mathematici Helvetici*, 84 (2009), no.3, 587 – 616.
13. Jelena Grbić and Svjetlana Terzić, *The integral Pontryagin homology of the based loop space on a flag manifold*, *Osaka Journal of Mathematics* 47 (2010), no 2, 439 – 460.
14. Svjetlana Terzić, *Integral loop homology of complete flag manifolds* (joint with Jelena Grbić), *Oberwolfach reports 19/2009, Homotopy Theory of Function Spaces and Related Topics*, European Mathematical Society Publishing House, 1038 – 1040.

15. D. Kotschick and S. Terzić, *Geometric formality of homogeneous spaces and of biquotients*, Pacific Journal of Mathematics, 249 (2011), no 1, 157 – 176.
16. Svjetlana Terzić, *On real cohomology generators of compact homogeneous spaces*, Sarajevo Journal of Mathematics, Vol. 7 (20) (2011), No. 2, 277 – 287 .
17. Svjetlana Terzić, *Toric genera on homogeneous spaces and related problems*, Proceedings of the international conference "Toric topology and automorphic functions", Far-Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Pacific National University, 2011, 97 – 104.
18. Jelena Grbić and Svjetlana Terzić, *The integral homology ring of the based loop space on some generalised symmetric spaces*, Moscow Mathematical Journal, Volume 2012, Issue 4, Oct. – Dec. 2012, pp 771-786.
19. Victor M. Buchstaber and Svjetlana Terzić, *Toric genera of homogeneous spaces and their fibrations*, International Mathematics Research Notices, Vol. 2013, 1324-1403.
20. Svjetlana Terzić, *On cohomology ring of partial flag manifolds*, Proceedings of the Second Mathematical Conference of the Republic of Srpska, 2013, 11 - 17. (ISBN 978 – 99938 – 47 – 52 – 6)
21. Svjetlana Terzić, *Rational minimal model theory on compact homogeneous spaces*, Scripta Scientiarum Naturalium, Proceedings of the Faculty of Natural Sciences and Mathematics, University of Montenegro, Vol. 3, 2013, 3 – 17. (ISSN 1880 – 8356)
22. Victor M. Buchstaber and Svjetlana Terzić, *"(2n,k)-manifolds and applications"*, Report No. 27/2014, Mathematisches Forschung Institut (25–31 May 2014), Oberwolfach, Germany, 2014, 11–14.
23. Victor M. Buchstaber and Svjetlana Terzić, *Topology and Geometry of the Canonical Action of  $T^4$  on the complex Grassmannian  $G_{4,2}$  and the complex projective space  $CP^5$* , Moscow Mathematical Journal, Vol. 16, Issue 2 (2016), 237-273.
24. Svjetlana Terzić, *Geometric formality of rationally elliptic manifolds in small dimensions*, Glasnik of the Section of Natural Sciences, Montenegrin Academy of Sciences and Arts, 20 (2014), 131-145.
25. Svjetlana Terzić, *The rational homology ring of the based loop space of the gauge group and the spaces of connections on a four manifold*, Fundamentalnaya i Prikladnaya matematika (in Russian), Vol. 21, No.6, (2016) 206-216.
26. Svjetlana Terzić, *On geometric formality of rationally elliptic manifolds in dimensions 6 and 7*, Publications de l'Institut Mathématique (Belgrade), Issue 103 (117), (2018), 211-222.
27. Svjetlana Terzić, *Rational Pontrjagin homology ring of the based loop space on some homogeneous spaces*, Sarajevo Journal of Mathematics, Vol. 14, No. 2, (2018), 275-285.

28. Victor M. Buchstaber and Svjetlana Terzić, *The Foundations of  $(2n, k)$ -manifolds*, *Sbornik Mathematics*, 210:4 (2019), 41 – 86.
29. Victor M. Buchstaber and Svjetlana Terzić, *Topic topology of the complex Grassmann manifolds*, *Moscow Mathematical Journal*, 19:3 (2019), 397-463.
30. Dragana Borović and Svjetlana Terzić, *On rational Pontryagin homology ring of the based loop space on a four-manifold*, *Matematički Vesnik*, Vol 71, Iss 1-2, (2019), 90-103.



Република Србија  
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ,  
НАУКЕ И ТЕХНОЛОШКОГ РАЗВОЈА  
Комисија за стицање научних звања

Број: 660-01-00001/1255

10.06.2020. године

Београд

На основу члана 22. став 2. члана 70. став 5. Закона о научноистраживачкој делатности ("Службени гласник Републике Србије", број 110/05, 50/06 – исправка, 18/10 и 112/15), члана 3. ст. 1. и 3. и члана 40. Правилника о поступку, начину вредновања и квантитативном исказивању научноистраживачких резултата истраживача ("Службени гласник Републике Србије", број 24/16, 21/17 и 38/17) и захтева који је поднео

*Математички институт САНУ у Београду*

Комисија за стицање научних звања на седници одржаној 10.06.2020. године, донела је

**ОДЛУКУ**  
**О СТИЦАЊУ НАУЧНОГ ЗВАЊА**

*Др Ђорђе Баралић*

стиче научно звање

*Виши научни сарадник*

у области природно-математичких наука - математика

**О Б Р А З Л О Ж Е Њ Е**

*Математички институт САНУ у Београду*

утврдио је предлог број 304/5 од 02.09.2019. године на седници Научног већа Института и поднео захтев Комисији за стицање научних звања број 304/4 од 02.09.2019. године за доношење одлуке о испуњености услова за стицање научног звања *Виши научни сарадник*.

Комисија за стицање научних звања је по претходно прибављеном позитивном мишљењу Матичног научног одбора за математику, компјутерске науке и механику на седници одржаној 10.06.2020. године разматрала захтев и утврдила да именовани испуњава услове из члана 70. став 5. Закона о научноистраживачкој делатности ("Службени гласник Републике Србије", број 110/05, 50/06 – исправка, 18/10 и 112/15), члана 3. ст. 1. и 3. и члана 40. Правилника о поступку, начину вредновања и квантитативном исказивању научноистраживачких резултата истраживача ("Службени гласник Републике Србије", број 24/16, 21/17 и 38/17) за стицање научног звања *Виши научни сарадник*, па је одлучила као у изреци ове одлуке.

Доношењем ове одлуке именовани стиче сва права која му на основу ње по закону припадају.

Одлуку доставити подносиоцу захтева, именованом и архиви Министарства просвете, науке и технолошког развоја у Београду.

**ПРЕДСЕДНИК КОМИСИЈЕ**

*Др Ђорђица Јововић,*  
научни саветник



## Ђорђе Баралић- Биографија

Ђорђе Баралић је рођен 29.09.1986. у Крагујевцу, где је завршио основну школу и Прву крагујевачку гимназију. Дипломирао је 2008. на теоријској математици на Природно-математичком факултет Универзитета у Крагујевцу. Докторску дисертацију из области алгебарске топологије одбранио је 2013. на Математичком факултету у Београду. Од 2008. запослен је на Математичком институту САНУ где је 2014. изабран у звање научног сарадника, а 2020. у звање вишег научног сарадника. Од 2021. је на месту помоћника директора за међународну сарадњу, рад са талентима за математику, рачунарство и механику, и промоцију математичких и рачунарских наука.

Области његовог научног интересовања су торусна топологија, комбинаторика, геометрија и примене. Аутор је 18 научних радова публикованих у референтним научним часописима и једне збирке задатака. Мензор је две докторске дисертације. Током досадашње каријере учествовао је одржао предавања на преко 40 конгреса, конференција и летњих школа широм света. Био је позван млади истраживач на Институту Енио ди Ђорђи у Пизи, Институту за математичке науке Националног универзитета у Сингапуру и Вијетнамског института за напредне студије у математици у Ханоју, а боравио је и на Филдсовом математичком институту у Торонту, Математичком институту у Оберволфаху, Институту за математичка истраживања у Стразбуру, Институту Миттаг-Лесфлер у Штокхолму и Стекловом математичком институту у Москви.

Учествовао је на реализацији два Хоризонт 2020 пројекта и руководио је два билатерална пројекта са Словенијом и Турском. Био је један од организатора радионица на 14. Српском математичком конгресу, Математичке конференције Републике Српске и Првог сусрета математичара Србије и Црне Горе. Одржао је предавања по позиву у Словенији, Црној Гори, Босни и Херцеговини, Хрватској, Македонији, Аргентини, Вијетнаму, Француској, Русији, Немачкој и Уједињеним Арапским Емиратима.

Два пута је учествовао на Хајделбуршком форуму лауреата. Активно учествује у популаризацији математике, а од 2017. у сарадњи са Центром за промоцију науке Србије организује манифестацију Мај месец математике. Говори енглески и шпански језик.

Др Борђе Баралић, виши научни сарадник

Математички институт САНУ

Списак научних радова

1. Đ. Baralić and L. Milenković, *Small covers and quasitoric manifolds over neighborly polytopes*, accepted for publications at Mediterranean Journal of Mathematics, (M21)
2. E. Lidan and Đ. Baralić, *Homology of polyomino tilings on flat surfaces*, published online in Applicable Analysis and Discrete Mathematics, (M21)
3. Đ. Baralić and V. Limić, *The law of large numbers for the bigraded Betti numbers of a random simplicial complex*, Russian Mathematical Surveys, (2021) 76(1) 186-189 (M21a)
4. Đ. Baralić, J. Grbić, I. Limončhenko and A. Vučić, *Toric Objects Associated with the Dodecahedron*, Filomat, (2020) 34(7) 2329-2356 (M22)
5. Đ. Baralić, P.L. Currien, M. Milićević, J. Obradović, Z. Petrić, M. Zekić and R. Živaljević, *Proofs and surfaces*, Annals of Pure and Applied Logic, (2020) 171(9) 102845 (M21)
6. Đ. Baralić, J. Ivanović and Z. Petrić, *A simple permutoassociahedron*, Discrete Mathematics, (2019) 342(12) 111591 (M22)
7. Đ. Baralić, P. Blagojević, R. Karasev and A. Vučić, *Index of Grassmann manifolds and orthogonal shadows*, Forum Mathematicum, (2020) 30(6) 1539-1572 (M22)
8. Đ. Baralić, S. Tešebaković and Z. Petrić, *Spheres as Frobenius Objects*, Theory and Applications of Categories, (2018) 33 691-726 (M23)
9. Đ. Baralić, *On integers occurring as the mapping degree between quasitoric 4-manifolds*, Journal of the Australian Mathematical Society (2017) 103(3) 289-312 (M22)
10. Đ. Baralić and R. Živaljević, *Colorful versions of the Lebesgue, KKM, and Hex theorem*, Journal of Combinatorial Theory Series A, (2017) 146 295-311 (M21)
11. Đ. Baralić, Đ. Jokanović and M. Milićević, *Variations on Steiner's Porism*, Mathematical Intelligencer, (2017) 39(1) 6-11 (M23)
12. Đ. Baralić and V. Grujić, *Quasitoric manifolds and small covers over properly coloured polytopes: Immersions and embeddings*, Sbornik Mathematics, (2016) 207(4) 479-489 (M22)

13. Đ. Baralić and I. Lazar, *A note on the combinatorial structure of finite and locally finite simplicial complexes of nonpositive curvature*, *Bulletin Mathématique de la Société des Sciences Mathématiques de Roumanie*, (2016) 59(3) 205-216 (M22)
14. Đ. Baralić and I. Spasojević, *Illumination of Pascal's Hexagrammum and Octagrammum Mysticum*, *Discrete and Computational Geometry*, (2015) 53(2) 414-427 (M21)
15. Đ. Baralić, *A Short Proof of the Bradley Theorem*, *American Mathematical Monthly* (2015) 122(4) 381-385 (M23)
16. Đ. Baralić, *Immersions and embeddings of quasitoric manifolds over the cube*, *Publications de l'Institut Mathématique* (2014) 95(109) 63-71 (M23)
17. Đ. Baralić, B. Grbić and Đ. Žikelić, *Theorems about quadrilaterals and cones*, *International Journal of Computer Mathematics*, (2014) 39(1) 1407-1421 (M22)
18. Đ. Baralić, B. Prvulović, G. Stojanović, S. Vrećica and R. Živaljević, *Bulletin Mathématique de la Société des Sciences Mathématiques de Roumanie*; 59(3); 205-216, *Transactions of the American Mathematical Society*, (2012) 364(4) 2213-2226 (M21)

УНИВЕРЗИТЕТ ЦРНЕ ГОРЕ

Ул. Цетинска бр. 2  
П. фак. 99  
81000 ПОДГОРИЦА  
ЦРНА ГОРА  
Телефон: (020) 414-255  
Факс: (020) 414-230  
E-mail: rektor@ac.me



UNIVERSITY OF MONTENEGRO

Ul. Cetinjska br. 2  
P.O. BOX 99  
81 000 PODGORICA  
MONTENEGRO  
Phone: (+382) 20 414-255  
Fax: (+382) 20 414-230  
E-mail: rektor@ac.me

Ј: 08-1845

ум, 28.10.2010 г.

Универзитет Црне Горе  
Подношење  
2930  
М. М. В. 10

Ref: \_\_\_\_\_  
Date: \_\_\_\_\_

Na osnovu člana 75 stav 2 Zakona o visokom obrazovanju (Sl.list RCG, br. 60/03 i Sl.list CG, br. 45/10) i člana 18 Statuta Univerziteta Crne Gore, Senat Univerziteta Crne Gore, na sjednici održanoj 28.10.2010. godine, donio je

## ODLUKU O IZBORU U ZVANJE

Dr ŽANA KOVIJANIĆ-VUKIČEVIĆ bira se u akademsko zvanje redovni profesor Univerziteta Crne Gore za predmete: Diskretna matematika I, Diskretna matematika II i Uvod u kombinatoriku, na Prirodno-matematičkom fakultetu.

REKTOR

*Mirana Miranović*  
Prof. dr Predrag Miranović

## БИОГРАФИЈА

Жана Ковијанић Вукићевић је рођена 16. јуна 1967. године у Подгорици, гдје је завршила основну и средњу школу. Учесник је републичких и савезних (СФРЈ) такмичењима из математике, физике и историје на којима је освајала признања и медаље.

Природно-математички факултет Универзитета Црне Горе уписала је 1985. и дипломирала октобра 1989. са просјечном оцјеном 9.93. Добитник је Децембарске награде и Плакете Универзитета Црне Горе за школску 1988/89. годину.

Послиједипломске студије уписала је у децембру 1989. на Математичком факултету Универзитета у Београду, гдје је све испите положила са оцјеном 10 и априла 1994. године одбранила магистарски рад „ $\mathcal{E}$ -мреже и још неки проблеми дискретне геометрије“. Период септембар 1996 – јун 1998. провела је на усавршавању на Московском државном универзитету „М. В. Ломоносов“ на Механичко-математичком факултету, катедра за математичку теорију интелектуалних система (МатИС). Докторску дисертацију „Комбинаторно-вјероватносни метод у проблемима пребројавања  $k$ -значне логике“ одбранила је у фебруару 2000. године на Математичком факултету Универзитета у Београду, под менторством проф. др Радета Живаљевића. Након повратка из Москве задржала је контакт са сарадницима катедре МатИС и више пута боравила на овој катедри.

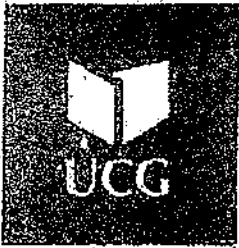
Била је члан више националних научно-истарживачких пројеката и вођа три билатерална пројекта. Више година активно је учествовала у организацији математичких такмичења, и била вођа екипе Црне Горе на Међународним математичким олимпијадама.

Жана Ковијанић Вукићевић је запослена на Природно-математичком факултету од 9. октобра 1989. У звање редовног професора Универзитета Црне Горе изабрана је октобра 2010. године.

### Библиографија (изабрани радови – до 10)

1. Ž. Kovijanić: A proof of Băranu's Theorem, *Publications de l'Institute Mathematique*, tome 55(69) (1994.), pp. 47-50
2. А. А. Ирматов, Ж. Д. Ковиянич: Об асимптотике логарифма числа пороговых функций  $k$ -значной логики, *Дискретная математика*, том 10, выпуск 3 (1998), 35-57

- A. A. Irmatov, Ž. D. Kovijanić: On the asymptotics of the logarithm of the number of threshold functions in  $K$ -valued logic, *Discrete Mathematics and Applications* 8(4):331-355 (1998).
3. K. Došen, Ž. Kovijanić, Z. Petrić: New proof of the Faithfulness of Brauer's Representation of Temperley-Lieb Algebras; *International Journal of Algebra and Computation* 16, pp. 959-968 (2006),
4. Ž. Kovijanić Vukićević: An Enumerative Problem in Threshold Logic; *Publications de l'Institut Mathématique*, Vol. 82(96), pp. 129-134 (2007),
5. Ž. Kovijanić Vukićević, V. Božović: Bicyclic graphs with minimal values of the detour index, *Filomat*, Vol. 26 (6), pp. 1263-1272 (2012)
6. Ž. Kovijanić Vukićević, D. Stevanović: Bicyclic graphs with extremal values of PI index, *Discrete Applied Mathematics*, Vol.161 (3), pp. 395-403 (2013)
7. Ž. Kovijanić Vukićević, G. Popivoda: Chemical trees with extreme values of Zagreb indices and coindices, *Iranian Journal of Math. Chemistry*, Vol. 5 (1), pp. 19-29, (2014)
8. I. Gutman, B. Furtula, Ž. Kovijanić Vukićević, G. Popivoda: On Zagreb Indices and Coindices, *MATCH Commun. Math. Comput. Chem.* Vol. 74 (2015)
9. V. Božović, Ž. Kovijanić Vukićević, G. Popivoda: Chemical trees with extreme values of a few types of multiplicative Zagreb indices, *MATCH* Vol. 76, pp. 207-220 (2016),
10. V. Božović, Ž. Kovijanić Vukićević, G. Popivoda: Extremal Values of Total Multiplicative Sum Zagreb Coindex on Unicyclic and Bicyclic Graphs, *MATCH* Vol. 78, pp. 417-430 (2017)



Univerzitet Crne Gore  
ul. Matije Gupca 2  
81000 Podgorica, Crna Gora  
tel: +382 20 432 100  
fax: +382 20 432 101  
e-mail: info@ucg.ac.me  
www.ucg.ac.me  
University of Montenegro

Broj, kor: 03 - 2413  
Datum: 04.06.2020

Na osnovu člana 72 stav 2 Zakona o visokom obrazovanju („Službeni list Crne Gore“ br 44/14, 47/15, 40/16, 42/17, 71/17, 55/18, 3/19, 17/19, 47/19) i člana 32 stav 1 tačka 9 Statuta Univerziteta Crne Gore, Senat Univerziteta Crne Gore na sjednici održanoj 04.06.2020. godine, donio je

## ODLUKU O IZBORU U ZVANJE

**Dr Vladimir Božović** bira se u akademsko zvanje redovni profesor Univerziteta Crne Gore za **oblast Matematika**, na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta Crne Gore, na neodređeno vrijeme.

 **SENAT UNIVERZITETA CRNE GORE**  
**PREDSJEDNIK**  
Prof. dr Danilo Nikolić, rektor



# Vladimir Božović

## CONTACT INFORMATION

Cetinjska br. 2 Phone: +38267526999  
Department of Mathematics Fax: +38220245204  
University of Montenegro E-mail: vladobozovic@yahoo.com  
Podgorica, 81000 Montenegro <http://vladimirbozovic.net/univerzitet>

## RESEARCH INTERESTS

**Group Theory** Factorization of groups with application to cryptography and coding theory.  
**Biometrics** Design and analysis of safe and secure biometric systems.  
**Combinatorics** Enumerative combinatorics, graph theory.

## EDUCATION

Florida Atlantic University, Boca Raton, Florida USA

Ph.D., Mathematics, December 2008.

- Dissertation Topic: "Algebraic and Combinatorial Aspects of Group Factorizations."
- Advisor: Spyros S. Magliveras

M.S., Mathematics, May 2006.

University of Belgrade, Belgrade, Serbia.

M.Sc., Mathematics, March, 2003.

- Dissertation Topic: "The Isomorphism Problem For Group Rings".
- Advisor: Skobodan Vujosević.

University of Montenegro, Podgorica, Montenegro.

B.A., Mathematics, September, 1999.

## RESEARCH EXPERIENCE

Florida Atlantic University, Boca Raton, Florida  
Center for Cryptology and Information Security (COIS)

*Research assistant*

Algebraic properties of the crypto system PGH and MST1.  
Supervisor: Spyros S. Magliveras

Summer 2005

*Research assistant*

Group key establishment, Group theoretic cryptography.  
Supervisor: Rainer Steinwandt

Summer 2008

## ACADEMIC EXPERIENCE

Florida Atlantic University, Boca Raton, Florida, USA

*Graduate Student*

Includes current Ph.D. research, Ph.D. and Masters level coursework.

August, 2004 - December, 2008

*Instructor*

Responsibility for lectures, exams, homework assignments, and grades:

- Differential Equations I, Fall 2005.
- Differential Equations I, Spring 2006.
- Introductory Number Theory, Fall 2006.
- College Algebra, Fall 2007.
- College Algebra, Spring 2008.

*Teaching assistant*

Shared Responsibility for lectures, exams, homework assignments, and grades.

- College Algebra, Fall 2004.
- College Algebra, Spring 2005.

University of Belgrade, Belgrade, Serbia

*Graduate Student*

Includes Ph.D. and Masters level coursework and research.

January, 2000. - March, 2003.

University of Montenegro, Podgorica, Montenegro

*Instructor*

Responsibility for lectures, exams, homework assignments, and grades:

- Intro Algebra, Spring 2004.
- Calculus II, Spring 2004.
- Intro Algebra, Fall 2003.
- Calculus II, Fall 2003.
- Introduction to Probability and Statistics, Spring 2003.
- Differential Equations I, Spring 2003.
- Introduction to Probability and Statistics, Fall 2002.
- Differential Equations I, Fall 2002.
- College Algebra, Spring 2001.
- College Algebra, Fall 2000.
- College Algebra, Spring 2000.

*Teaching assistant*

Shared Responsibility for lectures, exams, homework assignments, and grades.

- Differential Equations I, Spring 2001.
- Differential Equations I, Fall 2000.

BOOKS

Vladimir Božović, "Factorization of finite groups", VDM Verlag, ISBN: 978-3-639-12946-5, 2009.

BOOK CHAPTERS

Tatjana Brankov, Kovičko Lovre, Božidar Popovic and Vladimir Bozovic, "Gene Revolution in Agriculture: 20 Years of Controversy", "Genetic Engineering - An Insight into the Strategies and Applications", Dr. Faruq Jamal (Ed.), InTech, pp. 1-22, DOI: 10.5772/65876, 2016.

Daniel Šček, Vladimir Božović and Dubravko Čulibrk, "Securing Biometric Templates where Similarity is Measured with Set Intersection", ICEE 2007, CCIS (Communications in Computer and Information Science) 23, pp. 139-151, ISBN: 978-3-540-88652-5, 2008.

JOURNAL PUBLICATIONS

Vladimir Božović, Žana Koyjanić Vukićević, Goran Popivoda, Risto Šrekovski, Aleksandra Tepel, "On the Maximal RRR Index of Trees with Many Leaves", MATCH Commun. Math. Comput. Chem. 83, 2020, pp 189-203, ISSN: 0340 - 6253.

Slaviša Dumić, Đorđije Dupljanin, Vladimir Božović and Dubravko Čulibrk, "PathGauge: Crowdsourcing Time-Constrained Human Solutions for the Travelling Salesperson Problem", Computational Intelligence and Neuroscience, Volume 2019, Article ID 2351591, 9 pages, ISSN: 1687-5265.

Luka Bulatović, Anđela Mijanović, Balša Asanović, Nikola Trajković and Vladimir Božović, "Automated cryptanalysis of substitution cipher using Hill climbing with well designed heuristic function, Mathematica Montisnigri, Vol XLIV (2019), pp 135 - 143, ISSN 2704-4963.

Vladimir Božović, Žana Kovijanić Vukičević, "The Cycle Index of the Automorphism Group of  $Z_n$ ", Publications de l'Institut mathématique, Nouvelle-série, tome 101(115) (2017), pp. 99-108, <https://doi.org/10.2298/PIJM1715099B>

Vladimir Božović, Žana Kovijanić Vukičević, Goran Popivoda, "Extremal Values of Total Multiplicative Sum Zagreb Index and First Multiplicative Sum Zagreb Coindex on Unicyclic and Bicyclic Graphs", MATCH Commun. Math. Comput. Chem. 78, 2017, pp. 417-430, ISSN: 0340 - 6253.

Vladimir Božović, Žana Kovijanić Vukičević, Goran Popivoda, "Chemical Trees with Extreme Values of a Few Types of Multiplicative Zagreb Indices", MATCH Commun. Math. Comput. Chem. 76, 2016, pp. 207-220, ISSN: 0340 - 6253.

Vladimir Božović, "Coprime  $(r, k)$ -Residue Sets In  $Z_n$ ", Scripta Scientiarum Naturalium, volume 3, 2012, pp. 19-26, ISSN: 1880-8356.

Žana Kovijanić Vukičević and Vladimir Božović, "Bicyclic graphs with minimal values of the detour index", Filomat 26:6, 2012, pp. 1263-1272, ISSN: 0354-5180.

Vladimir Božović, Daniel Socek, Rainer Steinwandt and Viktoriá Villanyi, "Multi-authority attribute based encryption with honest-but-curious central authority", International Journal of Computer Mathematics, volume 89, Issue 3, 2012, pp. 268-283, ISSN 0020-7160.

Vladimir Božović, "Circulant Matrices and Factorizations of  $Z_p \times Z_q$ ", Scripta Scientiarum Naturalium, volume 1, 2010, pp. 1-11, ISSN: 1880-8356.

Vladimir Božović, Nikola Pace, "Ort group factorizations using free mappings", Journal of Algebra and its Applications, 2008, 7(5):647-662, ISSN: 0219-4988.

Daniel Socek, Vladimir Božović and Dubravko Čulibrk, "Issues and Challenges in Storing Biometric Templates Securely", Revue de l'Electricité et de l'Electronique (REE), number 9, October 2008, pp. 94-101, ISSN 2270-7042.

Vladimir Božović, Shanzhen Gao and Heinrich Niederhausen, "The distribution of the size of the intersection of a  $k$ -tuple of intervals", Congressus Numerantium 176 (2005), pp. 129-151, ISSN 0384-9864.

CONFERENCE  
PUBLICATIONS

Slaviša Dimušić, Gordije Dupljanin, Dubravko Čulibrk, Vladimir Božović, "Brz razvoj prototipa mobilne aplikacije u funkciji unapređenja poslovanja kurirskih sistema", INFOTEH-JAHORINA. Vol. 16, pp. 377-380, Jahorina, March 2017.

Žana Kovijanić Vukičević, Vladimir Božović, Goran Popivoda, "Notes on Graphs Extremal with Respect to Some Distance-Based Topological Indices", International conference on Recent advances in Pure and Applied Mathematics (ICRAPAM 2015), June 3 - 6, 2015, Istanbul Turkey, Book of abstracts, page 224.

Vladimir Božović, Sedan Kadić, Žana Kovijanić Vukičević, "Orbits of  $k$ -sets of  $Z_n$ ", Proceedings of the Third Mathematical Conference of Republic of Srpska, June 7 - 8, 2013, Trebinje, Republic of Srpska, Bosnia and Herzegovina, volume I, pp. 177 -187, ISBN 978-99976-600-0-8.

Žana Kovijanić Vukičević and Vladimir Božović, "Minimal values of the Detour Index of Bicyclic graphs", Zbornik radova sa Druge Matematičke konferencije Republike Srpska, June 8 - 9, 2012, Trebinje, Republic of Srpska, Bosnia and Herzegovina, pp. 175 -187, ISBN 978-99938-17-52-6.

Andrija Vučinić, Vladimir Božović, Dubravko Čulibrk, Vladimir Cmajević, "3D Rekonstrukcija

koristeći slike sa interneta i algoritam postepenog rasta regiona", Međunarodni naučno-stručni Simpozijum Infoteh - Jahorina, March 16-18, 2011. Vol. 10, Ref. E-IV-20, p. 742-745, ISBN 978-99938-624-6-8.

Vladimir Bozovic, Daniel Socak, Rainer Steinwandt and Viktoria Villanyi, 10th International Conference on Computational and Mathematical Methods in Science and Engineering CMMSE 2010, "Multi-authority attribute-based encryption with honest-but-curious central authority", June 26-29, 2010, Proceedings, 2010, Alicante, Spain, Volume I, pp. 260-271.

Daniel Socak, Vladimir Bozović and Dubravko Čulibrk, "Practical Secure Biometrics Using Set Intersection as a Similarity Measure", in International Conference on Security and Cryptography (SECRYPT 2007), July 28-31, 2007, Barcelona, Spain, pp. 25-32, ISBN: 978-989-8111-12-8.

Daniel Socak, Vladimir Božović and Dubravko Čulibrk, "Issues and Challenges in Storing Biometric Templates Securely", International Conference on Risks and Security of Internet and Systems (CRISIS 2007), July 2-5, 2007, Marrakech, Morocco, pp. 75-81.

#### CONFERENCE PRESENTATIONS

International conference on Recent advances in Pure and Applied Mathematics (IGRAPAM 2015), Istanbul Turkey, "Notes on Graphs Extremal with Respect to Some Distance-Based Topological Indices", June 3 - 6, 2015.

Četvrta Matematička konferencija Republike Srpske, Republic of Srpska, Bosnia and Herzegovina, "Extremal values of certain topological indices over some special classes of graphs", 6-7 jun, 2014.

Treća Matematička konferencija Republike Srpske, Republic of Srpska, Bosnia and Herzegovina, "Orbits of  $k$ -sets of  $Z_n$ ", 7-8 jun, 2013.

Druga Matematička konferencija Republike Srpske, Republic of Srpska, Bosnia and Herzegovina, "The minimal detour index in bicyclic graphs", 8-9 maj, 2012.

Infoteh, Jahorina, Republic of Srpska, Bosnia and Herzegovina, "3D Rekonstrukcija koristeći slike sa interneta i algoritam postepenog rasta regiona", 15-16 mart 2011.

Kongres matematičara i fizičara Crne Gore, KMFCG 2010, Petrovac, Crna Gora, "Osvrt na kriptografiju", 7-10 oktobar 2010.

Kongres matematičara i fizičara Crne Gore, KMFCG 2010, Petrovac, Crna Gora, "Faktorizacija konačnih grupa", 7-10 oktobar 2010.

10th International Conference on Computational and Mathematical Methods in Science and Engineering CMMSE 2010, Alicante, Spain, "Multi-authority attribute based encryption with honest-but-curious central authority", June 26-29, 2010.

2008 Southern Regional Algebra Conference, University of Colorado, Colorado Springs, Colorado, USA, "Free mappings and factorization of groups", September 26-28, 2008.

Thirty-ninth Southeastern International Conference on Combinatorics, Graph Theory, and Computing, Boca Raton, Florida, USA, "Bipartite graphs with no isolated vertices and  $k$ -tuples of discrete intervals", March 3-7, 2008.

International Conference on Security and Cryptography (SECRYPT 2007), Barcelona, Spain, "Practical Secure Biometrics Using Set Intersection as a Similarity Measure", July 28-31, 2007.

International Conference on Risks and Security of Internet and Systems (CRISIS 2007), Marrakech,

Morocco, "Issues and Challenges in Storing Biometric Templates Securely", July 2-5, 2007.

Integers conference, University of West Georgia, Carrollton, Georgia, USA, "The distribution of the Size of the Intersection of a  $k$ -Tuple of Intervals", October 27-30, 2005.

Thirty-sixth Southeastern International Conference on Combinatorics, Graph Theory, and Computing, Boca Raton, Florida, USA, "The distribution of the Size of the Intersection of a  $k$ -Tuple of Intervals", March 7-11, 2005.

SEMINAR  
PRESENTATIONS

Department of Mathematics, Florida Atlantic University, Algebra and Crypto seminar, "Rank 3 permutation groups and block designs", September 19, 2006.

Mathematical Institute of Serbian Academy of Sciences and Arts, Belgrade, Serbia, "The problem of isomorphism of group rings", November 22, 2002.

THESES AND  
DISSERTATIONS

Vladimir Božović, "Algebraic and Combinatorial Aspects of Group Factorizations", Ph.D. dissertation, Department of Mathematical Sciences, Florida Atlantic University, December 2008.

Vladimir Božović, "The Isomorphism Problem for Group Rings", M.Sc. thesis, Faculty of Mathematics, University of Belgrade, March 2003.

COMPUTER SKILLS

- Programmable Environments: MS Visual Studio, Dreamweaver, Maple, APL, Magma, GAP, LaTeX
- Languages: C/C++, Pascal, HTML, PHP, XHTML and CSS

LANGUAGES

Serbian (native language), English (fluent).

Република Србија  
МИНИСТАРСТВО ЗА НАУКУ И ТЕХНОЛОГИЈУ  
Комисија за стицање научних звања  
Број: 06-00-6/429  
01.11.1995. године.  
Београд

На основу члана 40. става 4. Закона о научноистраживачкој делатности ("Службени гласник Републике Србије", број 52/93), и захтева који је поднео *Математички институт САНУ у Београду* на седници Комисије за стицање научних звања Министарства за науку и технологију одржаној 01.11.1995. године, донета је

## ОДЛУКА О СТИЦАЊУ НАУЧНОГ ЗВАЊА

*Др Раде Живаљевић*

стиче научно звање

*Научни саветник*

## ОБРАЗЛОЖЕЊЕ

*Математички институт САНУ у Београду* утврдио је предлог одлуке број 256/2 од 28.09.1995. године на седници научног већа Института и поднео захтев Министарству број 121/5 од 29.09.1995. године за оцену о испуњености услова за стицање научног звања *Научни саветник*.

Комисија за стицање научних звања Министарства за науку и технологију на седници одржаној 01.11.1995. године разматрала је захтев и утврдила да именовани испуњава услове из члана 34. Закона о научноистраживачкој делатности за стицање научног звања *Научни саветник* па је одлучила као у изреци ове одлуке.

Одлука је коначна.

Одлуку доставити подносиоцу, именованом и архиви Министарства за науку и технологију у Београду.

ПРЕДСЕДНИК КОМИСИЈЕ

Академик проф. др Иван Сјуржић

Rado T. Živaljević  
Mathematical Institute SASA, Belgrade  
Scientific Biography (abridged version)

## 1 Education

Rado Živaljević was born on October 12, 1954 in Sarajevo. Master thesis (M.Sci) and Ph.D. degree thesis were defended at Belgrade University in 1979, respectively 1983. The second Ph.D. degree thesis was defended at the University of Wisconsin-Madison in 1985. He has been a member of the Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts (SASA) since 1977, where he was appointed as a full research professor in 1995.

## 2 Scientific Activities

### 2.1 Selected visits

Visiting associate professor at the University of Illinois at Urbana-Champaign in 1994; Mittag-Leffler institute (Stockholm, Year of Combinatorics, 1991); Konrad Zuse Zentrum für Informationstechnik (ZIB), Berlin, 1994; Mathematical Institute Bern (1999). Shorter periods at Institut des Hautes Études (Paris), Mathematical Sciences Research Institute, Berkeley (2006, 1998, 1991), Moscow State University (MGU), Mathematics Forschungs Institut (Oberwolfach), Givat-Rain (Jerusalem), Technion (Haifa), KTH Stockholm, SISSA (Trieste), etc. The most recent visits include Moscow State University (April 2016), "Research in Pairs" program (Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, May 2016), Brown University (Institute for Computational and Experimental Research in Mathematics (ICERM), program "Topology in Motion", Fall 2016), Saint Petersburg State University (June, 2018), Research in pairs, Centre International de Rencontres Mathématiques (CIRM, Marseille), fall 2018, "Research in Pairs" program (Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, 2019).

### 2.2 Conferences

Selected lectures and addresses include the following:  
Classical and Contemporary Geometry, Moscow 1-4. 11. 2021, Geometric Topology and Hypergraphs MOCCA 2021 mini symposium, Moscow, MIPT June 1, 2021, "Toric Topology 2019 in Okayama", Okayama (Japan) Fall 2019 (invited lecture), "Algebraic Topology, Combinatorics and Mathematical Physics" in honor of Victor Buchstaber on the occasion of his 75th birthday, Steklov Mathematical Institute of the Russian Academy of Sciences and Skolkovo Institute of Science and Technology (SkolTech), Moscow, 24–30 May 2018 (plenary lecture), Steklov Mathematical Institute RAS (St. Petersburg, 6.6.2018), Chebishev Laboratory of St. Petersburg State University (June 2018), Applied Topology in Bedlewo 2017 25 June 2017 - 1 July 2017, Bedlewo (Poland), Princeton Algebraic Topology Seminar (October 2016), M.I.T. Topology Seminar (October, 2016), 19 Geometric Seminar (Zlatibor,

August 2016); Seminar Discrete and Computational Geometry (Moscow, MIPT, April 2016), The Fifth German-Russian Week of the Young Researcher on Discrete Geometry, MIPT Moscow, 6-11 September 2015; Summer school on computational topology (Ljubljana 2015), Geometric and Algebraic Combinatorics, Oberwolfach 2015; Applied Algebraic Topology, Castro Urdiales 2014, Geometry, Topology, Integrability, Moscow (Skolkovo) 2014; Applied Topology Bedlewo 2013, Algebraic Topology and Abelian Functions - Moscow, 2013; Geometry, Topology, Algebra and Number Theory, Moscow (Steklov Inst.), 2010; Gil Kahn | R. Živaljević are organizers of the conference Combinatorics and Topology, Jerusalem, June 19 - June 22, 2007; Technical University Berlin and Free University Berlin, colloquium speaker (December 2005); Algebraic and Geometric Combinatorics, Anogia, Greece (August 2005); Combinatorics Symposium in honor of Helge Tverberg, Bergen (March 2005); Trends in Topological Combinatorics, KTH Stockholm (February 2005); 18 British Topology Symposium, Manchester (September 2003), Workshop on Topological Methods in Combinatorics, KTH Stockholm, May 31 - June 2, 2006, etc.

### 2.3 National and international projects

R. Živaljević is (together with Vladimir Dragović) the founder of the center "Dynamical Systems, Geometry and Combinatorics", as a research unit (center of excellence) in Mathematical Institute SAsA (Belgrade) <http://www.mi.sanu.ac.yu/dsgc/dsgc.htm>. Center is or was in the past the coordinator of international cooperation with other groups with similar orientation from the following institutions, Steklov Institute in Moscow (V. Kozlov, V. Buchstaber); Mathematical Physics Sector, SISSA - ISAS, Trieste (B. A. Dubrovin); Discrete Geometry Group, TU Berlin (G. Ziegler); DIMATIA, Prague, Czech Republic (J. Matoušek), as well as the regional groups (Banja Luka, Podgorica, Zagreb, Niš, itd.). R. Živaljević was the coordinator, together with Petar Pavešić (Univ. of Ljubljana, Slovenia), of the Serbia-Slovenia bilateral project "Applied and Computational Algebraic Topology" (2016-2017).

### 2.4 Awards and honors

R. Živaljević was in 1995 awarded (together with Siniša Vrećica) the City of Belgrade Award for the solution of the "Colored Tverberg Problem". This award was at the time in Serbia the highest award for scientific research and other achievements.

### 2.5 Students

R. Živaljević was the PhD degree thesis adviser (University of Belgrade) of Pavle Blagojević, Vladimir Grujić, Djordje Baralić, Žana Kevijanić, Manuela Muzika-Dizdarević, and a co-adviser of Duško Jojić. He was a co-adviser of Stephan Hell (Technische Universität Berlin 2006). His current Ph.D. degree students Marinko Timotijević.



### 3 Research

#### 3.1 Research interests

Rade Živaljević is the author of more than 50 research papers and several review and expository publications. Among the research publications are papers published in highly ranked international mathematical journals which includes *Advances in Mathematics*, *Mathematische Annalen*, *J. Reine Angew. Math.*, *Trans. Amer. Math. Soc.*, *J. London Math. Soc.*, *Combinatorica*, etc. The main contributions of Rade Živaljević are in the areas of topological and geometric combinatorics, discrete and computational geometry, applied algebraic topology.

#### 3.2 Selected results

The main contributions may be classified in three thematic circles: Homotopy colimits and Ziegler-Živaljević-formulae; "Configuration space-test map"-scheme with applications in computational topology; Homotopic and cohomological methods in topological combinatorics.

- (1) Solution of the problem (posed by Victor Vassiliev, Berkeley 1997) of describing the geometric resolutions  $exp_n(S^m)$  of spheres (*Advances in Applied Mathematics*, 1998).
- (2) The Csorba-Živaljević universality theorem for Lovász graph complexes (*Journal of Combinatorial Theory, Ser. A*, 2005).
- (3) The problem. (Branko Grünbaum, 1960) of equipartitions of measures in the 4-dimensional euclidean space (*Transactions of the American Mathematical Society*, 2008).
- (4) Multidimensional "Splitting necklace"-theorem (*Advances in Mathematics*, 2008) as an extension of the one dimensional case (Noga Alon, 1987).
- (5) Combinatorial techniques for the study of symmetric cohomology of algebras and a solution of a problem of Ault and Fiedorowicz-a (*European Journal of Combinatorics*, 2009, coauthor S. Vrećica).
- (6) Differential and algebraic topology of "totally skew embeddings" (*Transactions Amer. Math. Society* 2011, coauthors S. Vrećica, B. Pivulović, G. Stojanović, and Dj. Baralić).
- (7) "Center Transversal Theorem" (*Bulletin London Math. Society* 1990, coauthor S. Vrećica).
- (8) Ziegler-Živaljević formulae, *Mathematische Annalen* 1993, *J. Reine Angew. Math.*, 1999.
- (9) Work on the colored Tverberg problem and chessboard complexes, *J. Combin. Theory, Ser. A* (1992 and 2011), *J. London Math. Soc.* 1994.

- (10) Proof (together with D. Jojić and S. Vrećica, *J. Algebraic Combin.*, 46 (2017)) of the conjecture of Blagojević, Frick, and Ziegler about the existence of ‘balanced Tverberg partitions’ (Conjecture 6.6 in, Tverberg plus constraints, *Bull. London Math. Soc.* 46 (2014)).

## 4 Publications

### 4.1 Five papers with the largest number of citations

- [1] G. Ziegler, R. Živaljević, Homotopy types of subspace arrangements via diagrams of spaces, *Mathematische Annalen*, 295:527–548, 1998.
- [2] R. Živaljević, S. Vrećica, The colored Tverberg’s problem and complexes of injective functions, *J. Combin. Theory, Ser. A* 61 (2), 1992, 309–313.
- [3] A. Björner, L. Lovász, S. Vrećica, and R. Živaljević, Chessboard and matching complexes, *J. London Math. Soc.* (2), 49:25–30, 1994.
- [4] V. Welker, G. Ziegler, R. Živaljević, Homotopy colimits – comparison lemmas for combinatorial applications. *J. Reine Angew. Math.*, 509 (1999), 117–149.
- [5] R. Živaljević, S. Vrećica. An extension of the ham sandwich theorem. *Bull. London Math. Soc.* vol. 22, 1990, pp. 183–185.

### 4.2 Main publications after 2003

- [6] P. Blagojević, V. Grujić, R. Živaljević. Symmetric products of surfaces and the cycle index. *Israel J. Math.* 138 (2003) 61–72.
- [7] P. Mani-Levitska, S. Vrećica, R. Živaljević, *Topology and Combinatorics of Partitions of Masses by Hyperplanes*, *Advances in Mathematics* 207 (2006) 266–296.
- [8] R. Živaljević. *Groupoids in combinatorics – applications of a theory of local symmetries*, Proceedings of the Conference “Algebraic and Geometric Combinatorics”, Anogia, Greece 2005, *Contemporary mathematics A.M.S.* 2007, Vol. 423, 305–324.
- [9] R.T. Živaljević, Equipartitions of measures in  $\mathbb{R}^d$ , *Trans. Amer. Math. Soc.* Volume 360, Number 1, January 2008, pp. 153–159.
- [10] M. de Longueville, R.T. Živaljević, Splitting multidimensional necklaces. *Advances in Mathematics*, 2008, DOI: 10.1016/j.aim.2008.02.003.
- [11] Payle V. M. Blagojević, Sinisa T. Vrećica, Rade T. Živaljević, Computational topology of equivariant maps from spheres to complements of arrangements, *Trans. Amer. Math. Soc.* 361 (2009), 1007–1038.  $GS = 7$ ,  $WS = 7$ .
- [12] R. Živaljević, Combinatorial Groupoids, Cubical Complexes, and the Lovász Conjecture, *Discrete & Computational Geometry*, Volume 41, Issue 1 (January 2009), pp. 135–161.
- [13] S. Vrećica, R. Živaljević, Cycle-free chessboard complexes and symmetric homology of algebras, *European Journal of Combinatorics* Volume 30, Issue 2 (February 2009), pp. 542–554.
- [14] R. Živaljević, Oriented matroids and Ky-Fan’s theorem, *Combinatorica*, (2010), vol. 30 br. 4, str. 471–484.
- [15] S. Vrećica, R. Živaljević, Fulton-MacPherson compactification, cyclohedra, and the polygonal pegs problem, *Israel J. Math.*, (2011), vol. 184 no. 1, pp. 221–249.

- [16] S. Vrećica, R. Živaljević, Chessboard complexes indomitable, *Journal of Combinatorial Theory Series A*, (2011), vol. 118 br. 7, str. 2157–2166. M21
- [17] Dj. Baralić, B. Prvulović, G. Stojanović, S. Vrećica, R. Živaljević, Topological obstructions to totally skew embeddings, *Trans. Amer. Math. Soc.*, (2012), Vol. 364, 2213–2226. M21a
- [18] R. Živaljević, Rotation number of a unimodular cycle: an elementary approach, *Discrete Mathematics* (2013), vol. 313: 2253–2261.
- [19] M. Muzika-Dizdarević, R. Živaljević, Symmetric polyomino tilings, tribones, ideals, and Groebner bases, *Publ. Inst. Math. (Beograd) (N.S.)* 98 (112) (2015), 1–23. M23 (2014)
- [20] R. Živaljević, Computational Topology of Equipartitions by Hyperplanes, *Topological Methods in Nonlinear Analysis*, (2015), vol. 45, 63–90. M21
- [21] R. Živaljević, Illumination complexes, Delta-zonotopes, and the polyhedral curtain theorem, *Computational geometry-theory and applications*, (2015), 225–236. M22
- [22] S. Vrećica, R. Živaljević, Measurable Patterns, Necklaces and Sets Indiscernible by Measure, *Topological Methods in Nonlinear Analysis*, (2015), vol. 45 br. 1, 39–53. M21
- [23] M. Muzika-Dizdarević, R. Živaljević, Signed Polyomino Tilings By n-in-Line Polyominoes and Gröbner Bases, *Publ. Inst. Math. (Beograd) (N.S.)* 99 (113) (2016), 31–42. M23 (2014)
- [24] R.T. Živaljević, A glimpse into continuous combinatorics of posets, polytopes, and matroids, *Fundam. Prikl. Mat.*, 2016, Volume 21, Issue 6, 143–164. (transl.) *Journal of Mathematical Sciences* (Springer), [http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=fpm&option\\_lang=rus](http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=fpm&option_lang=rus) M24
- [25] D. Jojić, S.T. Vrećica, R.T. Živaljević, Multiple chessboard complexes and the colored Tverberg problem, *J. Combin. Theory Ser. A*, 145 (2017), 400–425. M21
- [26] Dj. Baralić, R. Živaljević, Colorful versions of the Lebesgue, KKM, and Hex theorem, *J. Combin. Theory Ser. A*, 146 (2017), 295–211. M21
- [27] D. Jojić, S.T. Vrećica, R.T. Živaljević, Symmetric multiple chessboard complexes and a new theorem of Tverberg-type, *J. Algebraic Combin.*, 46 (2017), 15–31. M21
- [28] R. Živaljević, Topological methods in discrete geometry, Chapter 20 in *Handbook of Discrete and Computational Geometry (Third Ed.)*, edited by Jacob E. Goodman, Joseph O'Rourke, and Csaba D. Tóth CRC Press LLC, Boca Raton, FL, 2017. M13
- [29] D. Jojić, I. Nekrašov, G. Panina, R. Živaljević, Alexander-r-tuples and Bier complexes, *Publ. Inst. Math. (Beograd) (N.S.)* 104(118) (2018), 1–22. M24
- [30] F. D. Jevtić, M. Jelić, R.T. Živaljević, Cyclohedron and Kantorovich–Rubinstein polytopes, *Arnold Mathematical Journal*, April 2018, Vol. 4, 87–112. <https://link.springer.com/journal/40598> M24
- [31] M. Jelić, D. Jojić, M. Timotijević, S. T. Vrećica, R.T. Živaljević, Combinatorics of unavoidable complexes, *European Journal of Combinatorics*, Volume 83, January 2020.
- [32] F. D. Jevtić, M. Timotijević, R.T. Živaljević, Polytopal Bier spheres and Kantorovich–Rubinstein polytopes of weighted cycles, *Discrete and Computational Geometry*, Online published 2019–11–19.
- [33] D. Jojić, W. Marzantowicz, S.T. Vrećica, R.T. Živaljević, Topology of unavoidable complexes, *Journal of Fixed Point Theory and Applications*, accepted (February 27, 2020).
- [34] D. Jojić, G. Panina, R. Živaljević, A Tverberg type theorem for collectively unavoidable complexes, *Israel J. Math.*, accepted (November 21, 2019).
- [35] F. D. Jevtić, R.T. Živaljević, Generalized Tonnetz and (discrete Abel–Jacobi) map, *Topological Methods in Non-linear Analysis*, accepted (May, 2020).

- [36] Dj. Baralić, P-L. Curien, M. Milićević, J. Obradović, Z. Petrić, M. Zekić, R.T. Živaljević. Proofs and surfaces. *Annals of Pure and Applied Logic*, Volume 171, Issue 9, October–November 2020.
- [37] D. Jojić, G. Panina, R. Živaljević, Colored Tverberg theorem; extensions and new results, *Izvestiya Mathematics (Izvestiya R.A.S.)*, accepted 2021. M21
- [38] D. Jojić, G. Panina, R. Živaljević, Optimal colored Tverberg theorems for prime powers, *Homology, Homotopy and Applications*, accepted 2021. M23
- [39] D. Jojić, G. Panina, R. Živaljević, Splitting necklaces with constraints, *SIAM J. Discrete Math.* 2021. M23

#### 4.3 International visibility (citations, ranking, etc.)

- (1) Personal page at Math-Net.Ru

[http://www.mathnet.ru/php/person.phtml?option\\_lang=eng&personid=80903](http://www.mathnet.ru/php/person.phtml?option_lang=eng&personid=80903)

- (2) List of publications on Zentralblatt

<https://zbmath.org/authors/?q=au%3A%22zivaljevic%2C%20r%2A%22%20%7C%20au%3A%22zivaljevic%2C%20r%2A%20t%2A%22>

- (3) List of publications on Google Scholar

<https://scholar.google.com/citations?user=8WbnmmvAAAAJ&hl=en>

	All Citations	Since 2016
Citations	1005	603
h-index	18	13
i10-index	32	22

# Biografija

Edin Liđan rođen je 15.12.1986. godine u Cazinu. Stalno nastanjen u Gradini-Cazin. Oženjen. Otac jednog djeteta. Osnovnu školu je završio u JU OŠ „Ostrožac“ u Ostrošcu, a potom opću gimnaziju JU „Gimnazija“ Cazin s odličnim uspjehom.

Studij Matematike i informatike je upisao 2005. godine na Pedagoškom fakultetu Univerziteta u Bihaću. Studij završava 2009. godine s prosječnom ocjenom 8,36.

U 2010. godini se upisuje na magistarski studij na Filozofskom fakultetu Univerziteta u Zenici, smjer Matematika i informatika. Magistarski studij završava 2013. godine s prosječnom ocjenom 8,86 i stiče akademsko zvanje magistar matematike i informatike. Magistarski rad pod nazivom „Kriptosistemi s javnim ključem u funkciji rješavanja problema autentifikacije i nepobitnosti“ je odbranio pod mentorstvom profesora dr. sc. Bernadina Ibrahimpašića.

Od decembra 2015. godine je student doktorskih studija Matematike na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta Crne Gore, gdje je počeo saradnju sa dr. sc. Đorđem Baralićem.

Prvo radno iskustvo stekao je u „II srednjoj školi“ u Cazinu gdje je radio kao profesor matematike. Od juna 2010. godine zaposlen je na Pedagoškom fakultetu Univerziteta u Bihaću, gdje je izabran u zvanje asistenta, a kasnije višeg asistenta, na oblast Algebra i metodika nastave matematike.

Koautor je univerzitetskog udžbenika. Ima nekoliko objavljenih naučnih/stručnih radova. Učestvovao je na konferencijama iz oblasti kombinatorike, algebre i metodike nastave matematike. Istraživanja rađena u okviru doktorske disertacije predstavljao je u Lyonu (Francuska), Zagrebu (Hrvatska), Beogradu (Srbija), Podgorici (Crna Gora), Berlinu i Heidelbergu (Njemačka).